

podstawowa jednostka organizacyjna: Instytut Matematyki

kierunek studiów: Matematyka

dyscyplina: Matematyka

profil kształcenia: ogólnoakademicki

poziom kształcenia: studia pierwszego stopnia

numer studiów* US 55/2021/2022

Zajęcia	Kierunkowe efekty uczenia się	Treści programowe
Wstęp do matematyki	K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_U01, K_U02, K_U03, K_U04, K_U05, K_U06, K_U07	<ol style="list-style-type: none">1. Rachunek zdań. Prawa rachunku zdań. Metody dowodzenia twierdzeń.2. Zbiory. Działania na zbiorach. Liczby naturalne. Zasada indukcji matematycznej.3. Kwantyfikatory. Prawa rachunku kwantyfikatorów. Uogólnione działania na zbiorach.4. Iloczyn kartezjański dwóch zbiorów. Relacje dwuargumentowe. Własności relacji.5. Funkcje. Złożenie funkcji, rola funkcji identycznościowej. Obraz, przeciwobraz względem funkcji. Injekcje, surjekcje, bijekcje. Obcięcie funkcji.6. Relacje równoważności.7. Relacje porządku.8. Równoliczność zbiorów. Porównywanie mocy zbiorów. Twierdzenie Cantora-Bernsteina. Skończone, przeliczalne i nieprzeliczalne zbiory. Zbiory mocy continuum. Moce wyników działań na zbiorach. Zbiór potęgowy i twierdzenie Cantora. Zbiory mocy continuum. Liczby kardynalne9. Aksjomaty Zermela-Fraenkela teorii zbiorów. Aksjomat wyboru, Lemat Kuratowskiego-Zorna. Dobry porządek, twierdzenie Zermela o jego istnieniu.
Elementarna teoria liczb	K_W04, K_U01	<ol style="list-style-type: none">1. Własności relacji podzielności: największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność, liczby pierwsze, liczby względnie pierwsze, rozszerzony algorytm Euklidesa; ułamki łańcuchowe, rozkład kanoniczny liczby całkowitej.2. Własności relacji kongruencji: klasa reszt modulo n, skończona grupa addytywna i multiplikatywna z działaniem dodawania i mnożenia modulo n, funkcja Eulera i jej własności; twierdzenia Eulera, Wilsona, małe twierdzenie Fermata.3. Równania diofantyczne: rozwiązywanie równań liniowych, równania pitagorejskie, Wielkie Twierdzenie Fermata.4. Reszty kwadratowe: symbol Legendre'a, prawo wzajemności reszt kwadratowych.5. Logarytm dyskretny; pierwiastki pierwotne modulo n.6. Funkcje arytmetyczne dotyczące rozmieszczenia liczb pierwszych.
Analiza matematyczna I	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U08, K_U09, K_U10, K_U11, K_U12, K_U13, K_U14, K_U23	<ol style="list-style-type: none">1. Zbiory liczbowe. Podzbiory \mathbb{R} ograniczone; kresy zbiorów.2. Ciągi liczbowe. Granice ciągów. Punkt skupienia zbioru liczbowego.3. Szeregi liczbowe. Podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczb rzeczywistych, zbieżność bezwzględna.4. Funkcje rzeczywiste jednej zmiennej rzeczywistej i ich własności.5. Ciągi i szeregi funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej.6. Pochodna funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej.

		<p>7. Twierdzenia o wartości średniej (Rolle'a, Lagrange'a, Cauchy'ego), reguły de L'Hospitala dla granic nieoznaczonych funkcji, rozwinięcie Taylora funkcji .</p> <p>8. Przebieg zmienności funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej.</p> <p>9. Całka nieoznaczona funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej;</p> <p>10. Całka oznaczona funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej.</p> <p>11. Całki niewłaściwe I rodzaju, całki niewłaściwe II rodzaju oraz kryteria ich zbieżności; zbieżność bezwzględna.</p> <p>12. Funkcje wielu zmiennych: definicja i własności granicy funkcji w punkcie, definicja i własności funkcji ciągłej.</p>
Algebra liniowa z geometrią	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U16, K_U17, K_U18, K_U19, K_U20, K_U21	<p>1. Proste struktury algebraiczne. Ciało liczb zespolonych. Interpretacja geometryczna liczb zespolonych, postać trygonometryczna, wzór de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych.</p> <p>2. Przestrzenie i podprzestrzenie liniowe, liniowa niezależność, generatory, baza, wymiar, współrzędne.</p> <p>3. Przekształcenia liniowe, jądro, obraz.</p> <p>4. Macierze. Macierz przekształcenia liniowego.</p> <p>5. Wyznacznik macierzy kwadratowej. Rozwinięcie Laplace'a. Macierze nieosobliwe. Macierz przejścia. Rząd macierzy.</p> <p>6. Układy równań liniowych. Twierdzenie Kroneckera-Capellego. Układy Cramera.</p> <p>7. Wartości i wektory własne.</p> <p>8. Przekształcenia dwuliniowe, formy kwadratowe i ich macierze.</p> <p>9. Przestrzeń euklidesowa. Bazy ortonormalne.</p> <p>10. Przekształcenia ortogonalne, sprzężone.</p> <p>11. Liniowa geometria analityczna.</p> <p>12. Krzywe i powierzchnie stopnia drugiego.</p>
Analiza matematyczna II	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U09, K_U10, K_U12, K_U13, K_U14, K_U15, K_U18, K_U23	<p>I. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych.</p> <p>1) Pochodna cząstkowa, pochodna kierunkowa. Gradient. Interpretacja geometryczna pochodnej kierunkowej i gradientu funkcji dwóch zmiennych. Zagadnienie różniczkowalności funkcji wielu zmiennych.</p> <p>2) Różniczka zupełna funkcji rzeczywistej dwóch zmiennych rzędu n i jej zastosowania. Jednoznaczność różniczki. Związek różniczki z pochodną cząstkową i pochodną kierunkową (dla rzędu 1-go).</p> <p>3) Pochodna rzędu 1-go funkcji wektorowej wielu zmiennych oraz jednej zmiennej. Synteza obu przypadków. Macierz Jacobiego. Interpretacja geometryczna pochodnej funkcji rzeczywistej wielu zmiennych rzeczywistych.</p> <p>4) Pochodne cząstkowe rzędu 1-go funkcji złożonych. Różniczkowanie złożenia funkcji wielu zmiennych. Różniczkowanie odwrotnej funkcji wielu zmiennych. Odwzorowania regularne i dyfeomorfizmy.</p> <p>5) Pochodne wyższych rzędów funkcji wielu zmiennych; jednoznaczność różniczki rzędu $n > 1$; związek różniczki z pochodnymi cząstkowymi i pochodną kierunkową (dla rzędu $n > 1$). Ekstrema funkcji rzeczywistej dwóch i trzech zmiennych rzeczywistych: lokalne, warunkowe i globalne.</p> <p>6) Wzór Taylora funkcji rzeczywistej dwóch zmiennych z zastosowaniem różniczki zupełnej rzędu n.</p>

		<p>Postaci reszt we wzorze Taylora.</p> <p>7) Twierdzenia o istnieniu funkcji uwikłanej, i o pochodnej funkcji uwikłanej. Ekstrema funkcji uwikłanych.</p> <p>II. Całki wielokrotne. Konstrukcja typu Riemanna całki wielokrotnej. Twierdzenie o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej. Współrzędne biegunowe, sferyczne i cylindryczne. Zastosowania całek wielokrotnych w geometrii.</p> <p>III. Podstawowe wzory klasycznej teorii całki krzywoliniowej i powierzchniowej. Wzory: Stokesa, Gaussa-Ostrogradskiego, Greena-Riemanna. Zastosowania w geometrii.</p>
Algebra z teorią liczb	K_W04, K_W05, K_U01, K_U17	<p>1. Grupy, podgrupy, twierdzenie Lagrange'a, dzielniki normalne, grupy ilorazowe. Homomorfizmy grup. Grupy cykliczne. Grupy permutacji. Iloczyn prosty grup. Grupy niskich rzędów.</p> <p>2. Pierścienie, ideały, pierścienie ilorazowe. Homomorfizmy pierścieni. Ideały pierwsze i maksymalne. Charakterystyka pierścienia, ciała proste. Ciała ułamków, pierścienie wielomianów, rozszerzenia pierścieni.</p> <p>3. Teoria podzielności w pierścieniach całkowitych. Elementy nierozkładalne i pierwsze, ich związek z ideałami. Największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólna wielokrotna. Pierścienie euklidesowe, ideałów głównych i z jednoznacznym rozkładem. Wielomiany nierozkładalne.</p> <p>4. Elementy teorii liczb. Wzajemny związek z teorią pierścieni i teorią grup.</p>
Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka	K_W01, K_W03, K_W04, K_W05, K_U01, K_U11, K_U30, K_U31, K_U32, K_U33	<p>1. Doświadczenie losowe. Zdarzenia losowe. Przestrzeń zdarzeń elementarnych. Rodzaje zdarzeń losowych. Działania nad zdarzeniami.</p> <p>2. Elementy kombinatoryki. Zasada dodawania i zasada mnożenia.</p> <p>3. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Przykłady. Dodawanie prawdopodobieństw zdarzeń wyłączających się. Prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego.</p> <p>4. Prawdopodobieństwo statystyczne. Dyskretna przestrzeń probabilistyczna. Prawdopodobieństwo geometryczne. Dodawanie prawdopodobieństw zdarzeń nie wyłączających się.</p> <p>5. Prawdopodobieństwo warunkowe. Zdarzenia niezależne. Mnożenie prawdopodobieństw.</p> <p>6. Układ zupełny zdarzeń. Prawdopodobieństwo całkowite i twierdzenie Bayesa.</p> <p>7. Schemat Bernoulliego. Twierdzenia Laplace'a i Poissona.</p> <p>8. Rodziny podzbiorów. Zdarzenia losowe jako elementy σ-algebry podzbiorów przestrzeni zdarzeń elementarnych. Funkcje zbiorów.</p> <p>9. Miara probabilistyczna (aksiomatyka Kołmogorowa). Własności miary. Przestrzeń probabilistyczna. Lemat Borela-Cantelliego.</p> <p>10. Zmienne losowe. Rozkłady dyskretne i ciągłe. Funkcja prawdopodobieństwa i gęstość. Dystrybuanta, kwantyle, mediana. Przykładowe rozkłady: dwupunktowy, dwumianowy, Poissona, jednostajny, normalny, gamma, Cauchy'ego.</p> <p>11. Wartość oczekiwana. Własności. Momenty zwykłe i centralne. Wariancja. Nierówności Markowa i Czebyszewa.</p> <p>12. Rozkłady wielowymiarowe: rozkłady brzegowe, niezależność zmiennych losowych, rozkład warunkowy.</p> <p>13. Cowariancja, współczynnik korelacji. Warunkowa wartość oczekiwana.</p> <p>14. Rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych.</p> <p>15. Prawa wielkich liczb. Centralne twierdzenie graniczne.</p>

Matematyka dyskretna	K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_U01, K_U03, K_U05, K_U17, K_U29	<ol style="list-style-type: none"> 1. Schematy kombinatoryczne: wariacje, kombinacje, permutacje, etc., podziały zbiorów i liczb, równania diofantyczne, zliczanie ciągów zero-jedynkowych. 2. Równania rekurencyjne i funkcje tworzące. Problem Fibonacciego, problem wież w Hanoi. 3. Ogólna teoria zliczania Pólyi. 4. Planarność grafu, wzór Eulera z zastosowaniami. 5. Drogi i cykle, drogi i cykle Eulera (problem mostów królewieckich), charakteryzacje (di)grafów eulerowskich i półeulerowskich, drogi i cykle Hamiltona w grafach. 6. Drzewa i lasy, drzewa (lasy) rozpinające, twierdzenia Cayleya i Kirchhoffa o zliczaniu drzew rozpinających, twierdzenie o cyklach fundamentalnych. 7. Niezależność zbiorów wierzchołków i krawędzi. Twierdzenia minimaksowe Koeniga i Halla o małżeństwach, liczba i indeks chromatyczne (oszacowania), twierdzenia Brooksa i Wizinga. 8. Przepływy w sieciach.
Wstęp do topologii	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U05, K_U23, K_U24	Przestrzenie metryczne, podprzestrzenie metryczne, iloczyn metryczny, ciągi w przestrzeniach metrycznych, domknięcie i wnętrze zbioru, pochodna zbioru, brzeg zbioru, zbiory gęste, nigdziegęste i brzegowe, funkcje ciągłe w przestrzeniach metrycznych, homeomorfizmy i izometrie, przestrzenie ośrodkowe, przestrzenie zupełne, przestrzenie zwarte, jednostajna ciągłość funkcji w przestrzeniach metrycznych, przestrzenie spójne.
Seminarium dyplomowe	K_U01, K_U36, K_U41, K_K01, K_K02, K_K03, K_K04, K_K05, K_K06	Tematyka seminarium związana jest z wybranymi tematami prac dyplomowych.
Technologia informacyjna	K_W08, K_W09, K_U28, K_U37	<ol style="list-style-type: none"> 1. Szkolenie z uczenia się z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość (Ms Teams, Moodle). 2. Podstawowe zasady pracy z pakietem biurowym. 3. Zaawansowane funkcje edytora tekstu do składania złożonych dokumentów, w szczególności dokumentów matematycznych (LaTeX) 4. Praca z arkuszem kalkulacyjnym. Zastosowanie do tworzenia wykresów i tabel oraz do rozwiązywania problemów matematycznych. 5. Zaawansowane funkcje arkusza kalkulacyjnego wykorzystywane do wydajniejszego zarządzania danymi. 6. Podstawy oprogramowania służącego do obliczeń symbolicznych.
Kurs języków programowania I	K_W08, K_U25, K_U26, K_U27	Instrukcje sterujące (pętle while, for, instrukcje warunkowe, break, continue). Podstawowe struktury danych. Operatory (arytmetyczne, logiczne, bitowe). Funkcje (z uwzględnieniem funkcji rekurencyjnych). Tablice (w tym tablice wielowymiarowe) i inne struktury listowe.
Kurs języków programowania II		Wybrane algorytmy teorioliczbowe. Graficzny interfejs użytkownika. Wielowątkowość. Komunikacja sieciowa. Obsługa baz danych.

Wnioskowanie statystyczne	K_W01, K_W04, K_U11, K_U28, K_U30, K_U31, K_U34, K_U35	<ol style="list-style-type: none"> 1. Estymacja przedziałowa <ol style="list-style-type: none"> a. Przedziały ufności dla poszczególnych parametrów rozkładu. b. Wyznaczanie minimalnej liczebności próby. c. Błędy estymacji. d. Budowa przedziałów ufności – studium przypadku. 2. Weryfikacja hipotez <ol style="list-style-type: none"> a. Parametryczne testy istotności dla poszczególnych parametrów rozkładu. b. Testy nieparametryczne. c. Test istotności współzależności zjawisk. 3. Wnioskowanie w zakresie dynamiki zjawisk <ol style="list-style-type: none"> a. Analiza trendu i przedział ufności prognozy w czasie. b. Estymacja parametrów modelu regresji.
Prognozowanie statystyczne	K_W01, K_W04, K_U11, K_U28, K_U30, K_U31, K_U34, K_U35	<ol style="list-style-type: none"> 1. Modele regresji i ich zastosowanie w prognozowaniu statystycznym. <ol style="list-style-type: none"> a. Metoda Najmniejszych Kwadratów. b. Model regresji liniowej. c. Modele regresji nieliniowych. 2. Analiza dynamiki zjawisk masowych <ol style="list-style-type: none"> a. Wskaźniki i indeksy jednopodstawowe i łańcuchowe. b. Predykcja na podstawie średniego tempa zmian w czasie. 3. Analiza szeregów czasowych <ol style="list-style-type: none"> a. Dekompozycja szeregu czasowego, autokorelacja, biały szum. b. Analiza trendu i przedział ufności prognozy w czasie. c. Wyodrębnianie wahań sezonowych. d. Analiza wahań przypadkowych.
Wykład monograficzny I	K_W04, K_W05	Treści programowe realizowane podczas zajęć obejmują wybrane zagadnienia z matematyki wyższej. Wyboru tematyki dokonują studenci.
Wykład monograficzny II		
Równania różniczkowe zwyczajne z teorią stabilności	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U21, K_U22	<p>Całkowalne typy równań rzędu 1 Zagadnienia egzystencjalne Równania rzędu 1 nierozwiązane względem pochodnej Równania wyższych rzędów Równania liniowe. Układy równań Punkty równowagi pól wektorowych Portrety fazowe autonomicznych pól wektorowych</p>
Równania różniczkowe zwyczajne z rachunkiem operatorowym	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U21, K_U22	<ol style="list-style-type: none"> 1. Równania różniczkowe: pojęcia wstępne, interpretacja geometryczna, istnienie i jednoznaczność rozwiązania problemu Cauchy'ego, twierdzenie Picarda, twierdzenie Peana. 2. Całkowalne typy równań rzędu 1: o zmiennych rozdzielonych, jednorodne, liniowe, Bernoulliego, zupełne, z czynnikiem całkującym. 3. Przykłady zastosowań równań różniczkowych w typowych problemach z geometrii, fizyki i innych nauk. 4. Równania rzędu 1 nierozwiązane względem pochodnej: rozwiązania parametryczne, równania

		<p>Clairaut, Lagrange'a.</p> <p>5. Równania wyższych rzędów: metody obniżania rzędu.</p> <p>6. Równania liniowe wyższych rzędów: jednorodne - wzór Liouville'a-Ostrogradskiego, o stałych współczynnikach, niejednorodne - metoda uśredniania stałych.</p> <p>7. Układy równań liniowych.</p> <p>8. Transformata Laplace'a i jej własności, spłot funkcji, twierdzenie Borela.</p> <p>9. Metoda operatorowa rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.</p>
Wstęp do ekonomii matematycznej	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	<p>1. Tempo wzrostu funkcji. Interpretacja ekonomiczna pochodnej.</p> <p>2. Elastyczność funkcji.</p> <p>3. Funkcje popytu Törnquista. Funkcja gęstości Gaussa. Trend logistyczny.</p> <p>4. Prognozowanie zjawisk ekonomicznych.</p> <p>5. Różne metody konstrukcji wektorów zgodnych prognoz popytu.</p> <p>6. Zastosowania macierzy i wyznaczników w ekonomii.</p> <p>7. Układy równań i nierówności liniowych w ekonomii.</p>
Podstawowe techniki kryptologiczne	K_W01, K_W03, K_W06, K_W11, K_U17, K_U25	<p>1. Systemy kryptograficzne – podstawowe podziały.</p> <p>2. Klasyczne systemy kryptograficzne – Cezara, Vigenere'a i Hilla – i ich kryptoanaliza.</p> <p>3. Podstawowe twierdzenie arytmetyki i algorytm Euklidesa – zastosowania w szyfrach liniowych</p> <p>4. Elementy arytmetyki „modulo”.</p> <p>5. Kryptosystem RSA.</p> <p>6. Kryptosystem ElGamala.</p> <p>7. Podpis elektroniczny.</p> <p>8. Typy ataków na kryptosystem.</p> <p>9. Elementy historii kryptologii – metody kryptologiczne klasyczne i współczesne; przypadek kamienia z Rosety.</p>
Badania operacyjne	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	<p>Wprowadzenie do programowania liniowego, rozwiązywania bazowe, dopuszczalne i optymalne.</p> <p>Dualizm w programowaniu liniowym.</p> <p>Zagadnienie planowania produkcji.</p> <p>Zagadnienie doboru mieszanki.</p> <p>Zagadnienie transportowe: metody poszukiwania rozwiązania bazowego.</p> <p>Elementy programowania dynamicznego.</p>
Programowanie liniowe		<p>Problem decyzyjny. Optymalna decyzja. Zadanie optymalizacyjne.</p> <p>Zadanie programowania liniowego PL. Ilustracje wyników rozwiązania zadania PL. Własności zadań PL.</p> <p>Metody rozwiązywania zadań PL. Rozwiązywanie zadań PL za pomocą arkusza kalkulacyjnego.</p> <p>Wybrane zastosowania PL.</p>
Matematyka finansowa	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	<p>1. Procent prosty i składany.</p> <p>2. Dyskonto proste i handlowe. Weksle i bony skarbowe.</p> <p>3. Wartość kapitału w czasie. Zasada równoważności kapitałów.</p> <p>4. Renty o stałych i zmiennych ratach. Renta uogólniona.</p> <p>5. Ratalna spłata długu. Zasada równoważności długu i rat. Rzeczywista stopa procentowa.</p> <p>6. Mierniki oceny inwestycji finansowych. Okres i wewnętrzna stopa zwrotu.</p>

Inwestycje finansowe		<ol style="list-style-type: none"> 1. Wprowadzenie do inwestycji finansowych – określenie, przykłady, rodzaje, cechy i cele inwestycji finansowych. 2. Modele oprocentowania prostego i składanego. 3. Stopa dochodu z inwestycji, stopa dochodu po opodatkowaniu, realna stopa dochodu. 4. Depozyty bankowe. 5. Renty. 6. Ratalna spłata kredytu i pożyczki. 7. Dyskonto. Bony skarbowe. 8. Obligacje i akcje. 9. Mierniki oceny inwestycji finansowej (wartość bieżąca netto inwestycji, wewnętrzna stopa zwrotu).
Kryptologia i ochrona danych	K_W11, K_U28, K_U37	<ol style="list-style-type: none"> 1. Definicja i własności funkcji Eulera φ. 2. Twierdzenie Eulera. Małe Twierdzenie Fermata. 3. Z_n^* jako grupa skończona, rząd tej grupy, interpretacja twierdzenia Eulera. 4. Generator grupy skończonej (definicja ogólna). 5. Istnienie generatorów (pierwiastków pierwotnych) w grupach postaci Z_n^* (w zależności od n): przypadek ogólny (grupa cykliczna), twierdzenie Lucasa. 6. Ilość generatorów grupy cyklicznej; przypadek Z_n^*. 7. Pojęcie reszty i niereszyt kwadratowej; generatory Z_p^* dla $p=2q+1$. 8. Chińskie twierdzenie o resztach: interpretacja algebraiczna (rozkład Z_n oraz Z_n^* na iloczyn kartezyjski odpowiednich grup). 9. Konstrukcja ciała skończonego F_q, gdzie $q=p^n$; interpretacja dla $p=2$ oraz $n>1$. 10. Kryptosystem DES – struktura ogólna (bloki) i dokładny opis działania na jednym bloku. 11. Kryptosystem AES – struktura ogólna (bloki) i ogólny opis działania na jednym bloku. 12. Pojęcie protokołu; przykład elementarny. 13. Protokół SSL – struktura i zastosowanie. 14. Szyfrowanie danych – przykładowe programy. 15. Elementarne metody zabezpieczania danych wrażliwych.
Algorytmy i struktury danych	K_W03, K_W08, K_U25, K_U26, K_U28	<p>Pojęcia wstępne, rekurencja, złożoność algorytmów. Algorytmy sortujące (bąbelkowe, przez wybór, przez wstawianie, szybkie, przez scalanie etc.). Algorytmy kombinatoryczne (generowanie permutacji, wariacji, kombinacji, podziały zbioru) Algorytmy grafowe (Algorytm Dijkstry, DFS, BFS, minimalne drzewo rozpinające graf). Algorytmy teorii liczb (faktoryzacja liczb pierwszych, szybkie potęgowanie modułowe, ułamki łańcuchowe).</p> <p>Struktury danych (stos, kolejka, etc.).</p>
Algorytmiczna teoria grafów		<ol style="list-style-type: none"> 1. Komputerowa reprezentacja grafów. 2. Przeszukiwanie grafów (DFS, BFS) 3. Problemy najkrótszych dróg (Algorytm Dijkstry, Bellmana-Forda). 4. Problem minimalnego drzewa rozpinającego graf (algorytm Prima, Kruskala, Boruvki). 5. Skojarzenia w grafach. 6. Grafy eulerowskie i hamiltonowskie. <p>Kolorowanie i szeregowanie grafów.</p>

Podstawy prawa pracy		<ol style="list-style-type: none"> 1. Poszukiwanie informacji prawnej, źródła prawa pracy. 2. Podstawowe zasady prawa pracy, specyfika stosunku pracy, sposoby nawiązania stosunku pracy. 3. Umowa o pracę jako podstawowy sposób nawiązania stosunku pracy. Rodzaje umów o pracę. Elementy umowy o pracę. 4. Tryby rozwiązania umów o pracę, wygaśnięcie umów o pracę, odpowiedzialność pracodawcy i pracownika za niezgodne z prawem wypowiedzenie i rozwiązanie bez wypowiedzenia umowy o pracę. 5. Podstawowe prawa i obowiązki pracodawcy i pracownika. Prawo pracownika do wynagrodzenia i wypoczynku; urlopy pracownicze; praca w godzinach nadliczbowych; przepisy o czasie pracy. 6. Szczególne przepisy prawa pracy; zwolnienia grupowe; rozwiązywanie sporów zbiorowych, rola związków zawodowych.
Ochrona własności intelektualnej	K_W13, K_K04	<ol style="list-style-type: none"> 1. Pojęcie i geneza ochrony własności intelektualnej - rys historyczny, pojęcie własności intelektualnej, specyfika i przykłady dóbr niematerialnych z zakresu własności intelektualnej, źródła prawa 2. Prawo autorskie i prawa pokrewne - pojęcie, źródła prawa obowiązującego, przedmiot (definicja utworu), podmiot praw autorskich, autorskie prawa osobiste i majątkowe (charakterystyka, treść, okres ochrony), przykłady ograniczenia treści autorskich praw majątkowych (dozwolony użytek osobisty, swoboda cytowania, przedruk), ochrona praw pokrewnych: prawo do pierwszych wydań oraz wydań naukowych i krytycznych 3. Ochrona dóbr osobistych. Prawo do wizerunku. Prawo adresata korespondencji – ochrona w prawie cywilnym i ochrona szczególna w ustawie o prawie autorskim i prawach pokrewnych, roszczenia z tytułu naruszenia dóbr osobistych 4. Ochrona baz danych – podstawy ochrony zakres prawa (wzmianka) 5. Wynalazki (patent)– ochrona wynalazków, przesłanki zdolności patentowej, treść i zakres patentu 6. Znaki towarowe i oznaczenia geograficzne - pojęcie i rodzaje znaków towarowych, zdolność rejestrowa znaku towarowego, treść i zakres prawa, ochrona oznaczeń geograficznych 7. Zwalczanie nieuczciwej konkurencji - znaczenie konkurencji w gospodarce rynkowej, klauzula generalna i przykłady czynów nieuczciwej konkurencji 8. Odpowiedzialność cywilnoprawna i karnoprawna za naruszenia praw własności intelektualnej – roszczenia z tytułu naruszenia, postępowanie cywilne i karne (zarys) 9. Umowy dotyczące praw własności intelektualnej – umowa licencyjna i umowa przenosząca prawo - rodzaje, forma, zasady redagowania kontraktów
Wstęp do teorii portfela	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	Na program przedmiotu składają się dwa zagadnienia: różne aspekty teorii użyteczności, a także analiza portfelowa: konstrukcja portfela (różnokryterialna) dla maksymalnej użyteczności.
Matematyczne modele rynku		Teoria produkcji. Równowaga częściowa i ogólna. Analiza dochodu narodowego. Modele wzrostu gospodarczego (Harroda – Domara, Solowa-Swana, Romera). Modele cyklu koniunkturalnego
Protokoły kryptograficzne	K_W11, K_U37	<ol style="list-style-type: none"> 1. Definicja protokołu. 2. Typy protokołów.

		<ol style="list-style-type: none"> 3. Centrum Dystrybucji Kluczy (CDK) – zadania. 4. Klucze sesji i klucze nadrzędne. 5. Protokół dystrybucji kluczy sesji za pośrednictwem CDK. 6. Automatyczna dystrybucja kluczy. 7. Zdecentralizowana dystrybucja kluczy. 8. Uwierzytelnianie/identyfikacja (pojęcie i zadania). 9. Dystrybucja tajnych kluczy wraz z uwierzytelnianiem. 10. Wymiana kluczy w algorytmie kryptograficznym (a) symetrycznym, (b) asymetrycznym. 11. Protokoły identyfikacji w kryptosystemie z kluczem (a) symetrycznym, (b) asymetrycznym – protokoły: Lamporta, z współdzielonym tajnym kluczem, SKID2 oraz SKID3; identyfikacja jednokierunkowa, identyfikacja obustronna, wzajemne uwierzytelnianie. 12. Schemat/protokołu certyfikatu klucza publicznego. 13. Kerberos. 14. Protokół SSL. 15. Protokoły http oraz https.
Algorytmiczna teoria liczb	K_W04, K_W05, K_U01	<ol style="list-style-type: none"> 1. Wybrane metody faktoryzacji liczb całkowitych (m.in. Fermat, rho Pollarda). 2. Liczby pseudopierwsze i wybrane testy pierwszości. 3. Pierwiastki pierwotne i ich zastosowania. 4. Reszty kwadratowe, prawo wzajemności. 5. Dowody z wiedzą zerową. 6. Wybrane równania diofantyczne nieliniowe (m.in. równanie Pella, wielkie twierdzenie Fermata).
Algebraiczna teoria liczb		<ol style="list-style-type: none"> 1. Liczby algebraiczne. 2. Wyróżnik ciała liczbowego. 3. Liczby algebraiczne całkowite. 4. Bazy całkowite. 5. Norma i ślad w ciele liczbowym. 6. Ideały ułamkowe w pierścieniu liczb algebraicznych całkowitych. 7. Norma ideału. 8. Grupa klas ideałów.
Wstęp do matematyki ubezpieczeniowej	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	<ol style="list-style-type: none"> 1. Elementy matematyki finansowej. 2. Tablice trwania życia. 3. Ubezpieczenia na życie. 4. Renty życiowe. 5. Składki i rezerwy netto. 6. Składki i rezerwy w praktyce aktuarialnej. 7. Ubezpieczenia dla wielu osób. 8. Ubezpieczenia wieloopcyjne.
Wstęp do ekonometrii		<ol style="list-style-type: none"> 1. Wprowadzenie do ekonometrii 2. Modelowanie ekonometryczne 3. Dobór zmiennych objaśniających do liniowego modelu ekonometrycznego 4. Szacowanie parametrów modeli liniowych wybranymi metodami

		<ul style="list-style-type: none"> 5. Weryfikacja modeli liniowych 6. Nieliniowe modele ekonometryczne 7. Wielorównaniowe modele ekonometryczne 8. Wykorzystanie modeli ekonometrycznych do prognozowania
Wstęp do analizy numerycznej		<ul style="list-style-type: none"> 1. Narzędzia matematyczne w analizie numerycznej. 2. Arytmetyka komputerowa i błędy obliczeń. 3. Metody numeryczne w algebrze liniowej. 4. Metody numeryczne w analizie matematycznej. 5. Algorytmy w teorii liczb i ich zastosowania w kryptografii. 6. Metody optymalizacji.
Metody numeryczne	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	<ul style="list-style-type: none"> 1. Arytmetyka komputerowa i błędy obliczeń. 2. Interpolacja 3. Aproksymacja 4. Rozwiązywanie układów równań liniowych 5. Rozwiązywanie równań nieliniowych 6. Różniczkowanie numeryczne 7. Całkowanie numeryczne. 8. Podstawy metod optymalizacyjnych.
Bezpieczeństwo systemów operacyjnych i sieci komputerowych		<ul style="list-style-type: none"> 1. Uwierzytelnianie użytkowników w systemach komputerowych. 2. Zabezpieczenia transportu danych. 3. Zabezpieczenia sieci, protokołu IP. 4. Zarządzanie hasłami. 5. Wykrywanie włamań. 6. Oprogramowanie zabezpieczające przed atakami i szkodliwym oprogramowaniem.
Analiza i projektowanie systemów informatycznych	K_W11, K_U37	<ul style="list-style-type: none"> 1. Analiza wymagań, modelowanie przypadków użycia systemu. 2. Techniki budowy systemów informatycznych. 3. Metody zarządzania projektami. 4. Projektowanie obiektowe. 5. Wykorzystanie wzorców projektowych w budowie systemów informatycznych. 6. Systemy kontroli wersji. 7. Testowanie systemu.
Pedagogika	K_W11, K_W12, K_W13, K_U35, K_U38, K_U41, K_K01, K_K03	<ul style="list-style-type: none"> 1. Pedagogika jako dyscyplina naukowa z systemem pojęć (m.in. pedagogika, edukacja, wychowanie, kształcenie, nauczanie, uczenie się, edukacja ustawiczna i włączająca) 2. Filozoficzne i społeczno-kulturowe podstawy wychowania – cele wychowania w perspektywie wyzwań XXI wieku. 3. Proces wychowania, funkcje wychowania, przymus i swoboda w wychowaniu, podstawowe środowiska wychowawcze, metody wychowawcze i ich skuteczność. 4. Wartości, przekonania, postawy, klasyfikacje wartości wg wybranych autorów. 5. Praca nauczyciela nad rozwojem dzisiejszego ucznia. Uczeń szczególnie uzdolniony, uczeń ze specjalnymi potrzebami edukacyjnymi. 6. Szkoła jako instytucja wychowawcza – klimat szkoły, współpraca szkoły ze środowiskiem lokalnym i rodzicami, 7. Nauczyciel wobec oczekiwań społecznych – wzór osobowy nauczyciela, kształcenie i rozwój zawodowy nauczyciela. 8. Etyczne postawy nauczyciela i ucznia 9. Komunikacja w klasie szkolnej - style komunikowania się nauczycieli i uczniów, porozumiewanie się

		<p>w sytuacjach trudnych lub konfliktowych</p> <p>10. Diagnoza pedagogiczna – podstawowe techniki diagnostyczne, trudności i niepowodzenia szkolne, wsparcie ucznia (pomoc pedagogiczna, współpraca z rodzicami).</p> <p>11. Profilaktyka w szkole – konstruowanie szkolnych i klasowych programów profilaktycznych, promocja i ochrona zdrowia uczniów.</p>
Psychologia	K_W11, K_W12, K_U35, K_U38, K_K01, K_K02	<p>1. Psychologia jako nauka. Relacje psychologii z innymi dziedzinami nauki. Przedmiot i metody badawcze psychologii.</p> <p>2. Koncepcje psychologiczne człowieka - Koncepcja behawioralna, psychodynamiczna, poznawcza i humanistyczna</p> <p>3. Związek koncepcji psychologicznych człowieka z modelami wychowania. Wzmocnienia pozytywne w procesie wychowania</p> <p>4. Zmiany rozwojowe - Dynamika procesu rozwoju, kryzysy rozwojowe (Teoria E. Ericksona)</p> <p>5. Procesy poznawcze – spostrzeganie, myślenie, pamięć i uczenie się</p> <p>6. Proces myślenia – znaczenie i rola myślenia w rozwiązywaniu problemów. Myślenie kreatywne.</p> <p>7. Związek pomiędzy różnicami indywidualnymi a efektywnością uczenia się: zdolności i inteligencja, inteligencja wieloraka H. Gardnera, temperament a styl działania, koncepcja temperamentu A. Thomasa i S. Chess.</p> <p>8. Motywacja - znaczenie w procesie uczenia się, zaburzenia motywacji w niepowodzeniach szkolnych</p> <p>9. Emocje – ich znaczenie w funkcjonowaniu człowieka, sposoby komunikowania stanów emocjonalnych, przyczyny trudności w wyrażaniu stanów emocjonalnych.</p> <p>10. Inteligencja emocjonalna. Pomiar, IE a osiągnięcia szkolne, społeczne, zawodowe</p>
Podstawy dydaktyki	K_W11, K_U38, K_K01	<p>1. Przedmiot i zadania dydaktyki ogólnej.</p> <p>2. Historia rozwoju myśli dydaktycznej od sztuki nauczania do podejścia naukowego</p> <p>3. Koncepcje dydaktyki – m.in. herbartowska, progresywizmu</p> <p>4. Cele kształcenia, a cele uczenia się, taksonomia i operacjonalizacja celów kształcenia. Krajowe Ramy Kwalifikacji</p> <p>5. Teorie doboru treści kształcenia, konstruktywizm, myślenie krytyczne w nauczaniu.</p> <p>6. Zasady i reguły dydaktyczne</p> <p>7. Metody kształcenia</p> <p>8. Proces kształcenia</p> <p>9. Formy organizacji procesu kształcenia</p> <p>10. Środki dydaktyczne</p> <p>11. Niepowodzenia dydaktyczne - przyczyny i środki zaradcze</p>
Pedagogika szkoły podstawowej	K_W11, K_W12, K_W13, K_U38, K_K01, K_K03	<p>1. Etos nauczyciela.</p> <p>2. Progi edukacyjne – problemy dydaktyczne specyficzne dla długoterminowego kształtowania pojęć i kompetencji matematycznych</p> <p>3. Specyficzne trudności w uczeniu się matematyki – profilaktyka, diagnoza, pomoc psychologiczno-pedagogiczna</p> <p>4. Uczeń o szczególnych potrzebach edukacyjnych – uczeń szczególnie uzdolniony, uczeń z</p>

		<p>trudnościami w uczeniu się matematyki</p> <p>5. Sytuacje wychowawcze w toku nauczania matematyki – rozwijanie postaw etycznych uczniów związanych z własnością intelektualną; budowanie systemu wartości ucznia; wspieranie poczucia własnej wartości</p> <p>6. Społeczny charakter uczenia się matematyki, umiejętność stawiania pytań, formułowania problemów, wspólna praca nad zagadnieniami poruszonymi na lekcji matematyki.</p> <p>7. Współpraca nauczyciela z rodzicami uczniów, pracownikami szkoły i środowiskiem</p>
Psychologia szkoły podstawowej	K_W11, K_W12, K_U38, K_K01, K_K02	<p>1. Sylwetka rozwojowa dziecka w wieku szkolnym.</p> <p>2. Sylwetka rozwojowa dziecka w okresie dorastania.</p> <p>3. Formy aktywności dziecka. Rozwój zainteresowań i uzdolnień.</p> <p>4. Rozwój społeczny. Wpływ osób znaczących.</p> <p>5. Zagrożenia w przebiegu rozwoju: agresja i przemoc, uzależnienia</p> <p>6. Dysharmonie i zaburzenia rozwojowe u dzieci: dysleksja, dziecko nieśmiałe i nadpobudliwe, zaburzenia emocjonalne, niepełnosprawność, choroby przewlekłe.</p>
Praktyka psychologiczno-pedagogiczna śródroczna szkoły podstawowej	K_W10, K_W11, K_W12, K_U35, K_U38, K_K03	<p>1. Obserwacja godziny wychowawczej.</p> <p>2. Obserwacja zajęć prowadzonych w świetlicy szkolnej.</p> <p>3. Obserwacja zajęć pomocy psychologiczno-pedagogicznej: zajęcia rozwijające uzdolnienia, zajęcia dydaktyczno-wyrównawcze, zajęcia specjalistyczne (korekcyjno-kompensacyjne, logopedyczne, socjoterapeutyczne, związane z wyborem kierunku kształcenia i zawodu.</p> <p>4. Zapoznanie się z pracą nauczyciela wspomagającego.</p> <p>5. Pod kierunkiem nauczyciela przygotowanie pomocy dydaktycznych na zajęcia z uczniami.</p> <p>6. Jeśli nauczyciel wyrazi zgodę, prowadzenie razem z nim wybranych zajęć.</p> <p>7. Zapoznanie się z dokumentacją prowadzoną przez psychologa i pedagoga szkolnego, w tym między innymi z: planami działań wspierających ucznia, kartami rozpoznawania indywidualnych potrzeb ucznia, arkuszami indywidualnych programów edukacyjnych, arkuszami indywidualnych programów edukacyjno-terapeutycznych.</p>
Dydaktyka matematyki szkoły podstawowej	K_W01, K_W04, K_W11, K_U01, K_U36, K_U37, K_U38, K_K01, K_K04	<p>1. Rola nauczyciela matematyki w szkole podstawowej.</p> <p>2. Podstawa programowa z matematyki w szkole podstawowej. Program nauczania – tworzenie, modyfikacja, analiza i dobór. Rozkład materiału.</p> <p>3. Specyfika i prawidłowości uczenia się matematyki w szkole podstawowej.</p> <p>4. Lekcja matematyki – struktura, typy, planowanie, formułowanie celów i dobór treści.</p> <p>5. Metody i zasady nauczania matematyki. Formy pracy. Środki dydaktyczne.</p> <p>6. Definiowanie pojęć matematycznych. Rozumienie i stosowanie definicji.</p> <p>7. Twierdzenia matematyczne w szkole podstawowej.</p> <p>8. Kontrola i ocena efektów pracy ucznia. Konstruowanie testów i sprawdzianów z matematyki. Egzamin kończący etap edukacyjny</p> <p>9. Ocenianie kształtujące.</p> <p>10. Konkursy matematyczne w szkole podstawowej</p> <p>11. Uczeń z trudnościami w uczeniu się matematyki. Praca z uczniem uzdolnionym matematycznie.</p> <p>12. Zastosowanie technologii edukacyjnej na lekcjach matematyki.</p> <p>13. Kompetencje tutoringowe nauczyciela matematyki</p>

		<p>14. Narzędzia tutoringu w praktyce szkolnej wspomagające rozwój ucznia</p> <p>15. Wybrane treści nauczania z podstawy programowej z matematyki.</p>
Podstawy prawne w edukacji	K_W13, K_K04	<p>1. Podstawowe pojęcia w systemie edukacji.</p> <p>2. Podstawy prawne systemu edukacji – Konstytucja Rzeczypospolitej Polskiej</p> <p>3. Organizacja i struktura systemu oświaty</p> <p>4. Akty prawne regulujące system oświaty</p> <p>5. Ścieżka zawodowa nauczyciela</p>
Emisja głosu	K_W11, K_U01, K_K01	<p>1. Emisja głosu, jako dział techniki mówienia. Wprowadzenie do przedmiotu</p> <p>2. Podstawowe pojęcia związane z higieną głosowo-oddechową. Anatomiczne podstawy procesu komunikatywnego. Anatomia układu oddechowo - fonacyjno –artykulacyjnego</p> <p>3. Praca nad ustawianiem głosu (rodzaje oddechu, cechy oddechu fizjologicznego i fonacyjnego, ćwiczenia ustawiania ciała, ćwiczenia oddechowe)</p> <p>4. Praca nad artykulacją (wymowa, głosek, zbitek głoskowych, trudnych fraz)</p> <p>5. Praca na dykcją (indywidualne wprawki i ćwiczenia w grupie)</p> <p>6. Głośne czytanie: interpretacja tekstu (frazowanie, pauza, intonacja, akcent, tempo, modulacja głosu, umiejętność synchronizowania pauz oddechowych z treścią wypowiedzi).</p> <p>7. Zasady poprawnej i starannej polszczyzny. Postawy retoryki i dramy.</p>
Edukacja włączająca na lekcjach matematyki	K_W11, K_W12, K_U38, K_K03	<p>1. Idea edukacji włączającej</p> <p>2. Wielowymiarowość edukacji włączającej</p> <p>3. Pojęcie specjalne potrzeby edukacyjne. Uczeń z orzeczeniem i uczeń z opinią z PPP</p> <p>4. Dostosowania do potrzeb edukacyjnych ucznia na lekcjach matematyki</p> <p>5. Uczeń z dysleksją lub/i dyskalkulią na lekcjach matematyki</p> <p>6. Uczeń ze spektrum autyzmu na lekcji matematyki</p> <p>7. Zajęcia korekcyjno-kompensacyjne i wyrównawcze dla dzieci ze specyficznymi trudnościami w uczeniu się matematyki</p>
Heurystyczne metody rozwiązywania zadań matematycznych	K_W02, K_W03, K_U01, K_U02, K_U19, K_U25, K_K01, K_K02	<p>1. Metodyka rozwiązywania zadań wg Polyi</p> <p>2. Rozwiązywanie zadań problemowych wg Krygowskiej</p> <p>3. Rozwiązywanie zadań tekstowych w nauczaniu zintegrowanym</p> <p>4. Rozwiązywanie zadań tekstowych w klasach 4-8</p> <p>5. Jak z zadania wybierać potrzebne dane liczbowe, jak ustalać poszukiwane dane</p> <p>6. Dobieranie najlepszej metody rozwiązania: jedna metoda do różnych zadań, różne metody do tego samego zadania</p> <p>7. Wybrane współczesne metody rozwiązywania zadań (m.in. graficzna)</p> <p>8. Egzamin ósmoklasisty z matematyki – sposoby rozwiązywania i zasady oceniania zadań otwartych</p>
Geometria dla nauczycieli	K_W01, K_W02, K_U01, K_U19, K_K01	<p>1. Krótka historia rozwoju geometrii.</p> <p>2. Geometria trójkąta. Geometria czworokąta.</p> <p>3. Konstrukcje geometryczne.</p> <p>4. Miara w geometrii elementarnej – miara Jordana, pola i objętości figur.</p> <p>5. Wielokąty i wielościany – przykłady, własności; bryły platońskie.</p> <p>6. Geometria na płaszczyźnie i w przestrzeni.</p>

		<p>7. Przekształcenia geometryczne.</p> <p>8. Geometrie nieeuklidesowe.</p> <p>9. Podstawa programowa z geometrii.</p> <p>10. Geometria na egzaminie ósmoklasisty i egzaminie maturalnym.</p>
Wybrane zagadnienia modelowania matematycznego		<p>1. Wybrane informacje dotyczące matematycznej reprezentacji sygnałów (sygnał analogowy w dziedzinie czasu i zespolonej, sygnał cyfrowy w różnego typu reprezentacjach liczbowych)</p> <p>2. Arytmetyka w różnych systemach liczbowych</p> <p>3. Algebra logiki (wybrane zagadnienia z algebry Boole'a)</p> <p>4. Generowanie liczb losowych</p> <p>5. Kryptografia i bezpieczeństwo informacji cyfrowej (kryptosystemy z kluczem tajnym: DES, kryptosystemy w kluczem publicznym RSA, kryptosystemy oparte na logarytmach dyskretnych, kryptosystemy oparte na resztach kwadratowych, kryptosystemy oparte na krzywych eliptycznych, podpisy cyfrowe, kryptografia kwantowa)</p> <p>6. Korelacja między zjawiskami zachodzącymi w systemach bezpieczeństwa informacyjnego</p>
Technologia informacyjna w edukacji	K_W08, K_U37, K_U41, K_K01, K_K04	<p>1. Innowacyjne podejście do nauczania z wykorzystaniem aplikacji matematycznych.</p> <p>2. Nabycie praktycznych umiejętności związanych z planowaniem, przygotowaniem i przeprowadzeniem zajęć z wykorzystaniem programu GeoGebra.</p> <p>3. Wzbogacenie warsztatu pracy nauczyciela o dynamiczne, atrakcyjne graficznie pomoce dydaktyczne wykonane w programie GeoGebra.</p>
Filozofia matematyki	K_W01, K_U36, K_K01, K_K02	<p>1. Swoistość matematyki, nauki o matematyce, filozofia matematyki i metamatematyka</p> <p>2. Starożytna Filozofia matematyki – Platon, Arystoteles, Eudoksos, Euklides</p> <p>3. Epistemologia i ontologia Kartezjusza</p> <p>4. Filozofia matematyki Leibniza i Kanta</p> <p>5. Poprzednicy współczesnych stanowisk w filozofii matematyki</p> <p>6. Współczesne kierunki w filozofii matematyki – logicyzm, intuicjonizm, konstruktywizm, formalizm.</p> <p>7. Twierdzenia Godla</p> <p>8. Nowe prądy w filozofii matematyki</p> <p>9. Filozoficzne problemy teorii mnogości</p> <p>10. Filozofia geometrii M. Hellera</p>
Przedmiot społeczny	K_W12, K_U38, K_K01, K_K03	<p>1. Podstawy komunikacji interpersonalnej i społecznej. Zasady komunikacji. Komunikacja asertywna. Zakłócenia komunikacyjne.</p> <p>2. Podstawy budowania zespołów. Relacje i role w zespole. Zarządzanie zespołem. Rola informacji zwrotnej i motywacji. Współpraca w zespole wielokulturowym.</p> <p>3. Planowanie rozwoju osobistego. Wyznaczanie celów. Analiza zasobów.</p>

* wypełnia DJiOK

.....
Podpis prodziekana/z-cy dyrektora
podstawowej jednostki organizacyjnej