

Instytut Matematyki
kierunek studiów: MATEMATYKA
dyscyplina: matematyka
profil kształcenia: ogólnoakademicki
poziom kształcenia: I stopnia
numer uchwały Senatu US 96/2022/2023

Zajęcia	Kierunkowe efekty uczenia się	Treści programowe	Sposoby weryfikacji efektów uczenia się
Wstęp do matematyki	K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_U01, K_U02, K_U03, K_U04, K_U05, K_U06, K_U07	<ol style="list-style-type: none"> 1. Rachunek zdań. Prawa rachunku zdań. Metody dowodzenia twierdzeń. 2. Zbiory. Działania na zbiorach. Liczby naturalne. Zasada indukcji matematycznej. 3. Kwantyfikatory. Prawa rachunku kwantyfikatorów. Uogólnione działania na zbiorach. 4. Iloczyn kartezjański dwóch zbiorów. Relacje dwuargumentowe. Własności relacji. 5. Funkcje. Złożenie funkcji, rola funkcji identycznościowej. Obraz, przeciwobraz względem funkcji. Iniekcje, surjekcje, bijekcje. Obcięcie funkcji. 6. Relacje równoważności. 7. Relacje porządku. 8. Równoliczność zbiorów. Porównywanie mocy zbiorów. Twierdzenie Cantora-Bernsteina. Skończone, przeliczalne i nieprzeliczalne zbiory. Zbiory mocy continuum. Moce wyników działań na zbiorach. Zbiór potęgowy i twierdzenie Cantora. Zbiory mocy continuum. Liczby kardynalne 9. Aksjomaty Zermela-Fraenkela teorii zbiorów. Aksjomat wyboru, Lemat Kuratowskiego-Zorna. Dobry porządek, twierdzenie Zermela o jego istnieniu. 	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Elementarna teoria liczb	K_W04, K_U01	<ol style="list-style-type: none"> 1. Własności relacji podzielności: największy wspólny dzielnik, najmniejsza wspólna wielokrotność, liczby pierwsze, liczby względnie pierwsze, rozszerzony algorytm Euklidesa; ułamki łańcuchowe, rozkład kanoniczny liczby całkowitej. 2. Własności relacji kongruencji: klasa reszt modulo n, skończona grupa addytywna i multiplikatywna z działaniem dodawania i mnożenia modulo n, funkcja Eulera i jej własności; twierdzenia Eulera, Wilsona, małe twierdzenie Fermata. 3. Równania diofantyczne: rozwiązywanie równań liniowych, równania pitagorejskie, Wielkie Twierdzenie Fermata. 4. Reszty kwadratowe: symbol Legendre'a, prawo wzajemności reszt kwadratowych. 5. Logarytm dyskretny; pierwiastki pierwotne modulo n. 6. Funkcje arytmetyczne dotyczące rozmieszczenia liczb pierwszych. 	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Analiza matematyczna I	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U08, K_U09, K_U10, K_U11, K_U12, K_U13, K_U14, K_U23	<ol style="list-style-type: none"> 1. Zbiory liczbowe. Podzbiory \mathbb{R} ograniczone; kresy zbiorów. 2. Ciągi liczbowe. Granice ciągów. Punkt skupienia zbioru liczbowego. 3. Szeregi liczbowe. Podstawowe kryteria zbieżności szeregów liczb rzeczywistych, zbieżność bezwzględna. 4. Funkcje rzeczywiste jednej zmiennej rzeczywistej i ich własności. 	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach

		<p>5. Ciągi i szeregi funkcji rzeczywistych zmiennej rzeczywistej.</p> <p>6. Pochodna funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej.</p> <p>7. Twierdzenia o wartości średniej (Rolle'a, Lagrange'a, Cauchy'ego), reguły de L'Hospitala dla granic nieoznaczonych funkcji, rozwinięcie Taylora funkcji .</p> <p>8. Przebieg zmienności funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej.</p> <p>9. Całka nieoznaczona funkcji rzeczywistej jednej zmiennej rzeczywistej;</p> <p>10. Całka oznaczona funkcji rzeczywistej zmiennej rzeczywistej.</p> <p>11. Całki niewłaściwe I rodzaju, całki niewłaściwe II rodzaju oraz kryteria ich zbieżności; zbieżność bezwzględna.</p> <p>12. Funkcje wielu zmiennych: definicja i własności granicy funkcji w punkcie, definicja i własności funkcji ciągłej.</p>	
Algebra liniowa z geometrią	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U16, K_U17, K_U18, K_U19, K_U20, K_U21	<p>1. Proste struktury algebraiczne. Ciało liczb zespolonych. Interpretacja geometryczna liczb zespolonych, postać trygonometryczna, wzór de Moivre'a, pierwiastkowanie liczb zespolonych.</p> <p>2. Przestrzenie i podprzestrzenie liniowe, liniowa niezależność, generatory, baza, wymiar, współrzędne.</p> <p>3. Przekształcenia liniowe, jądro, obraz.</p> <p>4. Macierze. Macierz przekształcenia liniowego.</p> <p>5. Wyznacznik macierzy kwadratowej. Rozwinięcie Laplace'a. Macierze nieosobliwe. Macierz przejścia. Rząd macierzy.</p> <p>6. Układy równań liniowych. Twierdzenie Kroneckera-Capellego. Układy Cramera.</p> <p>7. Wartości i wektory własne.</p> <p>8. Przekształcenia dwuliniowe, formy kwadratowe i ich macierze.</p> <p>9. Przestrzeń euklidesowa. Bazy ortonormalne.</p> <p>10. Przekształcenia ortogonalne, sprzężone.</p> <p>11. Liniowa geometria analityczna.</p> <p>12. Krzywe i powierzchnie stopnia drugiego.</p>	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Analiza matematyczna II	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U09, K_U10, K_U12, K_U13, K_U14, K_U15, K_U18, K_U23	<p>I. Rachunek różniczkowy funkcji wielu zmiennych.</p> <p>1) Pochodna cząstkowa, pochodna kierunkowa. Gradient. Interpretacja geometryczna pochodnej kierunkowej i gradientu funkcji dwóch zmiennych. Zagadnienie różniczkowalności funkcji wielu zmiennych.</p> <p>2) Różniczka zupełna funkcji rzeczywistej dwóch zmiennych rzędu n i jej zastosowania. Jednoznaczność różniczki. Związek różniczki z pochodną cząstkową i pochodną kierunkową (dla rzędu 1-go).</p> <p>3) Pochodna rzędu 1-go funkcji wektorowej wielu zmiennych oraz jednej zmiennej. Synteza obu przypadków. Macierz Jacobiego. Interpretacja geometryczna pochodnej funkcji rzeczywistej wielu zmiennych rzeczywistych.</p> <p>4) Pochodne cząstkowe rzędu 1-go funkcji złożonych. Różniczkowanie złożenia funkcji wielu zmiennych. Różniczkowanie odwrotnej funkcji wielu zmiennych. Odwzorowania regularne i dyfeomorfizmy.</p> <p>5) Pochodne wyższych rzędów funkcji wielu zmiennych; jednoznaczność różniczki rzędu $n > 1$; związek różniczki z pochodnymi cząstkowymi i pochodną kierunkową (dla rzędu $n > 1$). Ekstrema funkcji rzeczywistej dwóch i trzech zmiennych rzeczywistych: lokalne,</p>	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach

		<p>warunkowe i globalne.</p> <p>6) Wzór Taylora funkcji rzeczywistej dwóch zmiennych z zastosowaniem różniczki zupełnej rzędu n. Postaci reszt we wzorze Taylora.</p> <p>7) Twierdzenia o istnieniu funkcji uwikłanej, i o pochodnej funkcji uwikłanej. Ekstrema funkcji uwikłanych.</p> <p>II. Całki wielokrotne. Konstrukcja typu Riemanna całki wielokrotnej. Twierdzenie o zamianie zmiennych w całce wielokrotnej. Współrzędne biegunowe, sferyczne i cylindryczne. Zastosowania całek wielokrotnych w geometrii.</p> <p>III. Podstawowe wzory klasycznej teorii całki krzywoliniowej i powierzchniowej. Wzory: Stokesa, Gaussa-Ostrogradskiego, Greena-Riemanna. Zastosowania w geometrii.</p>	
Algebra z teorią liczb	K_W04, K_W05, K_U01, K_U17	<p>1. Grupy, podgrupy, twierdzenie Lagrange'a, dzielniki normalne, grupy ilorazowe. Homomorfizmy grup. Grupy cykliczne. Grupy permutacji. Iloczyn prosty grup. Grupy niskich rzędów.</p> <p>2. Pierścienie, ideały, pierścienie ilorazowe. Homomorfizmy pierścieni. Ideały pierwsze i maksymalne. Charakterystyka pierścienia, ciała proste. Ciała ułamków, pierścienie wielomianów, rozszerzenia pierścieni.</p> <p>3. Teoria podzielności w pierścieniach całkowitych. Elementy nierozkładalne i pierwsze, ich związek z ideałami. Największy wspólny dzielnik i najmniejsza wspólna wielokrotna. Pierścienie euklidesowe, ideałów głównych i z jednoznacznym rozkładem. Wielomiany nierozkładalne.</p> <p>4. Elementy teorii liczb. Wzajemny związek z teorią pierścieni i teorią grup.</p>	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka	K_W01, K_W03, K_W04, K_W05, K_U01, K_U11, K_U30, K_U31, K_U32, K_U33	<p>1. Doświadczenie losowe. Zdarzenia losowe. Przestrzeń zdarzeń elementarnych. Rodzaje zdarzeń losowych. Działania nad zdarzeniami.</p> <p>2. Elementy kombinatoryki. Zasada dodawania i zasada mnożenia.</p> <p>3. Klasyczna definicja prawdopodobieństwa. Przykłady. Dodawanie prawdopodobieństw zdarzeń wyłączających się. Prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego.</p> <p>4. Prawdopodobieństwo statystyczne. Dyskretna przestrzeń probabilistyczna. Prawdopodobieństwo geometryczne. Dodawanie prawdopodobieństw zdarzeń nie wyłączających się.</p> <p>5. Prawdopodobieństwo warunkowe. Zdarzenia niezależne. Mnożenie prawdopodobieństw.</p> <p>6. Układ zupełny zdarzeń. Prawdopodobieństwo całkowite i twierdzenie Bayesa.</p> <p>7. Schemat Bernoulliego. Twierdzenia Laplace'a i Poissona.</p> <p>8. Rodziny podzbiorów. Zdarzenia losowe jako elementy σ-algebry podzbiorów przestrzeni zdarzeń elementarnych. Funkcje zbiorów.</p> <p>9. Miara probabilistyczna (aksiomatyka Kołmogorowa). Własności miary. Przestrzeń probabilistyczna. Lemat Borela-Cantelliego.</p> <p>10. Zmienne losowe. Rozkłady dyskretne i ciągłe. Funkcja prawdopodobieństwa i gęstość. Dystrybuanta, kwantyle, mediana. Przykładowe rozkłady: dwupunktowy, dwumianowy, Poissona, jednostajny, normalny, gamma, Cauchy'ego.</p> <p>11. Wartość oczekiwana. Własności. Momenty zwykłe i centralne. Wariancja. Nierówności Markowa i Czebyszewa.</p> <p>12. Rozkłady wielowymiarowe: rozkłady brzegowe, niezależność zmiennych losowych, rozkład warunkowy.</p>	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach

		<p>13. Cowariancja, współczynnik korelacji. Warunkowa wartość oczekiwana.</p> <p>14. Rodzaje zbieżności ciągów zmiennych losowych.</p> <p>15. Prawa wielkich liczb. Centralne twierdzenie graniczne.</p>	
Matematyka dyskretna	K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_U01, K_U03, K_U05, K_U17, K_U29	<p>1. Schematy kombinatoryczne: wariacje, kombinacje, permutacje, etc., podziały zbiorów i liczb, równania diofantyczne, zliczanie ciągów zero-jedynkowych.</p> <p>2. Równania rekurencyjne i funkcje tworzące. Problem Fibonacciego, problem wież w Hanoi.</p> <p>3. Ogólna teoria zliczania Pólyi.</p> <p>4. Planarność grafu, wzór Eulera z zastosowaniami.</p> <p>5. Drogi i cykle, drogi i cykle Eulera (problem mostów królewieckich), charakteryzacje (di)grafów eulerowskich i póteulerowskich, drogi i cykle Hamiltona w grafach.</p> <p>6. Drzewa i lasy, drzewa (lasy) rozpinające, twierdzenia Cayleya i Kirchhoffa o zliczaniu drzew rozpinających, twierdzenie o cyklach fundamentalnych.</p> <p>7. Niezależność zbiorów wierzchołków i krawędzi. Twierdzenia minimaksowe Koeniga i Halla o małżeństwach, liczba i indeks chromatyczne (oszacowania), twierdzenia Brooksa i Wizinga.</p> <p>8. Przepływy w sieciach.</p>	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium lub sprawdziany, aktywność na zajęciach
Wstęp do topologii	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U05, K_U23, K_U24	Przestrzenie metryczne, podprzestrzenie metryczne, iloczyn metryczny, ciągi w przestrzeniach metrycznych, domknięcie i wnętrze zbioru, pochodna zbioru, brzeg zbioru, zbiory gęste, nigdziegęste i brzegowe, funkcje ciągłe w przestrzeniach metrycznych, homeomorfizmy i izometrie, przestrzenie ośrodkowe, przestrzenie zupełne, przestrzenie zwarte, jednostajna ciągłość funkcji w przestrzeniach metrycznych, przestrzenie spójne.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Seminarium dyplomowe	K_U01, K_U36, K_U41, K_K01, K_K02, K_K03, K_K04, K_K05, K_K06	Tematyka seminarium związana jest z wybranymi tematami prac dyplomowych.	wyżłoszenie referatu związanego z tematem pracy, przygotowanie pracy dyplomowej
Technologia informacyjna	K_W08, K_W09, K_U28, K_U37	<p>1. Szkolenie z uczenia się z wykorzystaniem metod i technik kształcenia na odległość (np. Ms Teams, Moodle).</p> <p>2. Podstawowe zasady pracy z pakietem biurowym.</p> <p>3. Zaawansowane funkcje edytora tekstu do składania złożonych dokumentów, w szczególności dokumentów matematycznych (LaTeX)</p> <p>4. Praca z arkuszem kalkulacyjnym. Zastosowanie do tworzenia wykresów i tabel oraz do rozwiązywania problemów matematycznych.</p> <p>5. Zaawansowane funkcje arkusza kalkulacyjnego wykorzystywane do wydajniejszego zarządzania danymi.</p> <p>6. Podstawy oprogramowania służącego do obliczeń symbolicznych.</p>	laboratorium - zadania projektowe
Kurs języków programowania I	K_W08, K_U25, K_U26, K_U27	<p>Instrukcje sterujące (pętle while, for, instrukcje warunkowe, break, continue).</p> <p>Podstawowe struktury danych.</p> <p>Operatory (arytmetyczne, logiczne, bitowe).</p> <p>Funkcje (z uwzględnieniem funkcji rekurencyjnych).</p> <p>Tablice (w tym tablice wielowymiarowe) i inne struktury listowe.</p>	wykład – egzamin w formie testu, laboratorium – kolokwium
Kurs języków programowania II		<p>Wybrane algorytmy teoriolicezbowe.</p> <p>Graficzny interfejs użytkownika.</p> <p>Wielowatkowość.</p>	wykład – egzamin w formie testu, laboratorium – kolokwium

		Komunikacja sieciowa. Obsługa baz danych.	
Wnioskowanie statystyczne	K_W01, K_W04, K_U11, K_U28, K_U30, K_U31, K_U34, K_U35	1. Estymacja przedziałowa a. Przedziały ufności dla poszczególnych parametrów rozkładu. b. Wyznaczanie minimalnej liczebności próby. c. Błędy estymacji. d. Budowa przedziałów ufności – studium przypadku. 2. Weryfikacja hipotez a. Parametryczne testy istotności dla poszczególnych parametrów rozkładu. b. Testy nieparametryczne. c. Test istotności współzależności zjawisk. 3. Wnioskowanie w zakresie dynamiki zjawisk a. Analiza trendu i przedział ufności prognozy w czasie. b. Estymacja parametrów modelu regresji.	wykład – zaliczenie pisemne, laboratorium – zadania domowe, projekt
Prognozowanie statystyczne		1. Modele regresji i ich zastosowanie w prognozowaniu statystycznym. a. Metoda Najmniejszych Kwadratów. b. Model regresji liniowej. c. Modele regresji nieliniowych. 2. Analiza dynamiki zjawisk masowych a. Wskaźniki i indeksy jednopodstawowe i łańcuchowe. b. Predykcja na podstawie średniego tempa zmian w czasie. 3. Analiza szeregów czasowych a. Dekompozycja szeregu czasowego, autokorelacja, biały szum. b. Analiza trendu i przedział ufności prognozy w czasie. c. Wyodrębnianie wahań sezonowych. d. Analiza wahań przypadkowych.	wykład – zaliczenie pisemne, laboratorium – zadania domowe, projekt
Wykład monograficzny I	K_W04, K_W05	Trzeci programowe realizowane podczas zajęć obejmują wybrane zagadnienia z matematyki	wykład – zaliczenie pisemne
Wykład monograficzny II		wyższej. Wyboru tematyki dokonują studenci.	wykład – zaliczenie pisemne
Równania różniczkowe zwyczajne z teorią stabilności	K_W04, K_W05, K_W07, K_U01, K_U21, K_U22	Całkowalne typy równań rzędu 1 Zagadnienia egzystencjalne Równania rzędu 1 nierozwiązane względem pochodnej Równania wyższych rzędów Równania liniowe. Układy równań Punkty równowagi pól wektorowych Portrety fazowe autonomicznych pól wektorowych	wykład – egzamin pisemny, konwersatorium – zadania domowe, kolokwium
Równania różniczkowe zwyczajne z rachunkiem operatorowym		1. Równania różniczkowe: pojęcia wstępne, interpretacja geometryczna, istnienie i jednoznaczność rozwiązania problemu Cauchy'ego, twierdzenie Picarda, twierdzenie Peana. 2. Całkowalne typy równań rzędu 1: o zmiennych rozdzielonych, jednorodne, liniowe, Bernoulliego, zupełne, z czynnikiem całkującym. 3. Przykłady zastosowań równań różniczkowych w typowych problemach z geometrii, fizyki i innych nauk. 4. Równania rzędu 1 nierozwiązane względem pochodnej: rozwiązania parametryczne, równania Clairaut, Lagrange'a.	wykład – egzamin pisemny, konwersatorium – zadania domowe, kolokwium

		<p>5. Równania wyższych rzędów: metody obniżania rzędu.</p> <p>6. Równania liniowe wyższych rzędów: jednorodne - wzór Liouville'a-Ostrogradskiego, o stałych współczynnikach, niejednorodne - metoda uzmienniania stałych.</p> <p>7. Układy równań liniowych.</p> <p>8. Transformata Laplace'a i jej własności, spłot funkcji, twierdzenie Borela.</p> <p>9. Metoda operatorowa rozwiązywania równań różniczkowych zwyczajnych.</p>	
Wstęp do ekonomii matematycznej	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	<p>1. Tempo wzrostu funkcji. Interpretacja ekonomiczna pochodnej.</p> <p>2. Elastyczność funkcji.</p> <p>3. Funkcje popytu Törnquista. Funkcja gęstości Gaussa. Trend logistyczny.</p> <p>4. Prognozowanie zjawisk ekonomicznych.</p> <p>5. Różne metody konstrukcji wektorów zgodnych prognoz popytu.</p> <p>6. Zastosowania macierzy i wyznaczników w ekonomii.</p> <p>7. Układy równań i nierówności liniowych w ekonomii.</p>	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Podstawowe techniki kryptologiczne	K_W01, K_W03, K_W06, K_W11, K_U17, K_U25	<p>1. Systemy kryptograficzne – podstawowe podziały.</p> <p>2. Klasyczne systemy kryptograficzne – Cezara, Vigenere'a i Hilla – i ich kryptoanaliza.</p> <p>3. Podstawowe twierdzenie arytmetyki i algorytm Euklidesa – zastosowania w szyfrach liniowych</p> <p>4. Elementy arytmetyki „modulo”.</p> <p>5. Kryptosystem RSA.</p> <p>6. Kryptosystem ElGamala.</p> <p>7. Podpis elektroniczny.</p> <p>8. Typy ataków na kryptosystem.</p> <p>9. Elementy historii kryptologii – metody kryptologiczne klasyczne i współczesne; przypadek kamienia z Rosety.</p>	wykład – zaliczenie pisemne, konwersatorium – kolokwium pisemne,
Badania operacyjne	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	<p>Wprowadzenie do programowania liniowego, rozwiązania bazowe, dopuszczalne i optymalne.</p> <p>Dualizm w programowaniu liniowym.</p> <p>Zagadnienie planowania produkcji.</p> <p>Zagadnienie doboru mieszanki.</p> <p>Zagadnienie transportowe: metody poszukiwań rozwiązania bazowego.</p> <p>Elementy programowania dynamicznego.</p>	wykład – zaliczenie pisemne, konwersatorium – zadania domowe, zadanie projektowe,
Programowanie liniowe		<p>Problem decyzyjny. Optymalna decyzja. Zadanie optymalizacyjne.</p> <p>Zadanie programowania liniowego PL. Ilustracje wyników rozwiązania zadania PL.</p> <p>Własności zadań PL.</p> <p>Metody rozwiązywania zadań PL. Rozwiązywanie zadań PL za pomocą arkusza kalkulacyjnego.</p> <p>Wybrane zastosowania PL.</p>	wykład – zaliczenie pisemne, konwersatorium – zadania domowe, zadanie projektowe,
Matematyka finansowa	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	<p>1. Procent prosty i składany.</p> <p>2. Dyskonto proste i handlowe. Weksle i bony skarbowe.</p> <p>3. Wartość kapitału w czasie. Zasada równoważności kapitałów.</p> <p>4. Renty o stałych i zmiennych ratach. Renta uogólniona.</p> <p>5. Ratalna spłata długu. Zasada równoważności długu i rat. Rzeczywista stopa procentowa.</p> <p>6. Mierniki oceny inwestycji finansowych. Okres i wewnętrzna stopa zwrotu.</p>	wykład – egzamin pisemny, konwersatorium – zaliczenie pisemne

Inwestycje finansowe		<ol style="list-style-type: none"> 1. Wprowadzenie do inwestycji finansowych – określenie, przykłady, rodzaje, cechy i cele inwestycji finansowych. 2. Modele oprocentowania prostego i składanego. 3. Stopa dochodu z inwestycji, stopa dochodu po opodatkowaniu, realna stopa dochodu. 4. Depozyty bankowe. 5. Renty. 6. Ratalna spłata kredytu i pożyczki. 7. Dyskonto. Bony skarbowe. 8. Obligacje i akcje. 9. Mierniki oceny inwestycji finansowej (wartość bieżąca netto inwestycji, wewnętrzna stopa zwrotu). 	wykład – egzamin pisemny, konwersatorium – zaliczenie pisemne
Kryptologia i ochrona danych	K_W11, K_U28, K_U37	<ol style="list-style-type: none"> 1. Definicja i własności funkcji Eulera ϕ. 2. Twierdzenie Eulera. Małe Twierdzenie Fermata. 3. Z_n^* jako grupa skończona, rząd tej grupy, interpretacja twierdzenia Eulera. 4. Generator grupy skończonej (definicja ogólna). 5. Istnienie generatorów (pierwiastków pierwotnych) w grupach postaci Z_n^* (w zależności od n): przypadek ogólny (grupa cykliczna), twierdzenie Lucasa. 6. Ilość generatorów grupy cyklicznej; przypadek Z_n^*. 7. Pojęcie reszty i niereszy kwadratowej; generatory Z_p^* dla $p=2q+1$. 8. Chińskie twierdzenie o resztach: interpretacja algebraiczna (rozkład Z_n oraz Z_n^* na iloczyn kartezjański odpowiednich grup). 9. Konstrukcja ciała skończonego F_q, gdzie $q=p^n$; interpretacja dla $p=2$ oraz $n>1$. 10. Kryptosystem DES – struktura ogólna (bloki) i dokładny opis działania na jednym bloku. 11. Kryptosystem AES – struktura ogólna (bloki) i ogólny opis działania na jednym bloku. 12. Pojęcie protokołu; przykład elementarny. 13. Protokół SSL – struktura i zastosowanie. 14. Szyfrowanie danych – przykładowe programy. 15. Elementarne metody zabezpieczania danych wrażliwych. 	wykład – egzamin pisemny, konwersatorium – zaliczenie pisemne
Algorytmy i struktury danych	K_W03, K_W08, K_U25, K_U26, K_U28	<p>Pojęcia wstępne, rekurencja, złożoność algorytmów.</p> <p>Algorytmy sortujące (bąbelkowe, przez wybór, przez wstawianie, szybkie, przez scalanie etc.).</p> <p>Algorytmy kombinatoryczne (generowanie permutacji, wariacji, kombinacji, podziały zbioru)</p> <p>Algorytmy grafowe (Algorytm Dijkstry, DFS, BFS, minimalne drzewo rozpinające graf).</p> <p>Algorytmy teorii liczb (faktoryzacja liczb pierwszych, szybkie potęgowanie modułowe, ułamki łańcuchowe).</p> <p>Struktury danych (stos, kolejka, etc.).</p>	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne, laboratorium – projekt lub kolokwium
Algorytmiczna teoria grafów		<ol style="list-style-type: none"> 1. Komputerowa reprezentacja grafów. 2. Przeszukiwanie grafów (DFS, BFS) 3. Problemy najkrótszych dróg (Algorytm Dijkstry, Bellmana-Forda). 4. Problem minimalnego drzewa rozpinającego graf (algorytm Prima, Kruskala, Boruvki). 5. Skojarzenia w grafach. 6. Grafy eulerowskie i hamiltonowskie. 	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne, laboratorium – projekt lub kolokwium

Podstawy prawa pracy	K_W13, K_K04	<p>Kolorowanie i szeregowanie grafów.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Poszukiwanie informacji prawnej, źródła prawa pracy. 2. Podstawowe zasady prawa pracy, specyfika stosunku pracy, sposoby nawiązania stosunku pracy. 3. Umowa o pracę jako podstawowy sposób nawiązania stosunku pracy. Rodzaje umów o pracę. Elementy umowy o pracę. 4. Tryby rozwiązania umów o pracę, wygaśnięcie umów o pracę, odpowiedzialność pracodawcy i pracownika za niezgodne z prawem wypowiedzenie i rozwiązanie bez wypowiedzenia umowy o pracę. 5. Podstawowe prawa i obowiązki pracodawcy i pracownika. Prawo pracownika do wynagrodzenia i wypoczynku; urlopy pracownicze; praca w godzinach nadliczbowych; przepisy o czasie pracy. 6. Szczególne przepisy prawa pracy; zwolnienia grupowe; rozwiązywanie sporów zbiorowych, rola związków zawodowych. 	wykład –zaliczenie pisemne
Ochrona własności intelektualnej		<ol style="list-style-type: none"> 1. Pojęcie i geneza ochrony własności intelektualnej - rys historyczny, pojęcie własności intelektualnej, specyfika i przykłady dóbr niematerialnych z zakresu własności intelektualnej, źródła prawa 2. Prawo autorskie i prawa pokrewne - pojęcie, źródła prawa obowiązującego, przedmiot (definicja utworu), podmiot praw autorskich, autorskie prawa osobiste i majątkowe (charakterystyka, treść, okres ochrony), przykłady ograniczenia treści autorskich praw majątkowych (dozwolony użytek osobisty, swoboda cytowania, przedruk), ochrona praw pokrewnych: prawo do pierwszych wydań oraz wydań naukowych i krytycznych 3. Ochrona dóbr osobistych. Prawo do wizerunku. Prawo adresata korespondencji – ochrona w prawie cywilnym i ochrona szczególna w ustawie o prawie autorskim i prawach pokrewnych, roszczenia z tytułu naruszenia dóbr osobistych 4. Ochrona baz danych – podstawy ochrony zakres prawa (wzmianka) 5. Wynalazki (patent)– ochrona wynalazków, przesłanki zdolności patentowej, treść i zakres patentu 6. Znaki towarowe i oznaczenia geograficzne - pojęcie i rodzaje znaków towarowych, zdolność rejestrowa znaku towarowego, treść i zakres prawa, ochrona oznaczeń geograficznych 7. Zwalczanie nieuczciwej konkurencji - znaczenie konkurencji w gospodarce rynkowej, klauzula generalna i przykłady czynów nieuczciwej konkurencji 8. Odpowiedzialność cywilnoprawna i karnoprawna za naruszenia praw własności intelektualnej – roszczenia z tytułu naruszenia, postępowanie cywilne i karne (zarys) 9. Umowy dotyczące praw własności intelektualnej – umowa licencyjna i umowa przenosząca prawo - rodzaje, forma, zasady redagowania kontraktów 	wykład –zaliczenie pisemne
Wstęp do teorii portfela	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	Na program przedmiotu składają się dwa zagadnienia: różne aspekty teorii użyteczności, a także analiza portfela: konstrukcja portfela (różnokryterialna) dla maksymalnej użyteczności.	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – zaliczenie pisemne

Matematyczne modele rynku		Teoria produkcji. Równowaga częściowa i ogólna. Analiza dochodu narodowego. Modele wzrostu gospodarczego (Harroda – Domara, Solowa-Swana, Romera). Modele cyklu koniunkturalnego.	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – zaliczenie pisemne
Protokoły kryptograficzne	K_W11, K_U37	<ol style="list-style-type: none"> 1. Definicja protokołu. 2. Typy protokołów. 3. Centrum Dystrybucji Kluczy (CDK) – zadania. 4. Klucze sesji i klucze nadrzędne. 5. Protokół dystrybucji kluczy sesji za pośrednictwem CDK. 6. Automatyczna dystrybucja kluczy. 7. Zdecentralizowana dystrybucja kluczy. 8. Uwierzytelnianie/identyfikacja (pojęcie i zadania). 9. Dystrybucja tajnych kluczy wraz z uwierzytelnianiem. 10. Wymiana kluczy w algorytmie kryptograficznym (a) symetrycznym, (b) asymetrycznym. 11. Protokoły identyfikacji w kryptosystemie z kluczem (a) symetrycznym, (b) asymetrycznym – protokoły: Lamporta, z współdzielonym tajnym kluczem, SKID2 oraz SKID3; identyfikacja jednokierunkowa, identyfikacja obustronna, wzajemne uwierzytelnianie. 12. Schemat/protokołu certyfikatu klucza publicznego. 13. Kerberos. 14. Protokół SSL. 15. Protokoły http oraz https. 	wykład – egzamin pisemny lub ustny, laboratorium – projekt, aktywność na zajęciach
Algorytmiczna teoria liczb	K_W04, K_W05, K_U01	<ol style="list-style-type: none"> 1. Wybrane metody faktoryzacji liczb całkowitych (m.in. Fermat, rho Pollarda). 2. Liczby pseudopierwsze i wybrane testy pierwszości. 3. Pierwiastki pierwotne i ich zastosowania. 4. Reszty kwadratowe, prawo wzajemności. 5. Dowody z wiedzą zerową. 6. Wybrane równania diofantyczne nieliniowe (m.in. równanie Pella, wielkie twierdzenie Fermata). 	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – zaliczenie pisemne
Algebraiczna teoria liczb		<ol style="list-style-type: none"> 1. Liczby algebraiczne. 2. Wyróżnik ciała liczbowego. 3. Liczby algebraiczne całkowite. 4. Bazy całkowite. 5. Norma i ślad w ciele liczbowym. 6. Ideały ułamkowe w pierścieniu liczb algebraicznych całkowitych. 7. Norma ideału. 8. Grupa klas ideałów. 	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – zaliczenie pisemne
Wstęp do matematyki ubezpieczeniowej	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	<ol style="list-style-type: none"> 1. Elementy matematyki finansowej. 2. Tablice trwania życia. 3. Ubezpieczenia na życie. 4. Renty życiowe. 5. Składki i rezerwy netto. 6. Składki i rezerwy w praktyce aktuarialnej. 	wykład – egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – zaliczenie pisemne

		7. Ubezpieczenia dla wielu osób. 8. Ubezpieczenia wieloopcyjne.	
Wstęp do ekonometrii		1. Wprowadzenie do ekonometrii 2. Modelowanie ekonometryczne 3. Dobór zmiennych objaśniających do liniowego modelu ekonometrycznego 4. Szacowanie parametrów modeli liniowych wybranymi metodami 5. Weryfikacja modeli liniowych 6. Nieliniowe modele ekonometryczne 7. Wielorównaniowe modele ekonometryczne 8. Wykorzystanie modeli ekonometrycznych do prognozowania	wykład – egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – zaliczenie pisemne
Wstęp do analizy numerycznej	K_W01, K_W03, K_W11, K_U11	1. Narzędzia matematyczne w analizie numerycznej. 2. Arytmetyka komputerowa i błędy obliczeń. 3. Metody numeryczne w algebrze liniowej. 4. Metody numeryczne w analizie matematycznej. 5. Algorytmy w teorii liczb i ich zastosowania w kryptografii. 6. Metody optymalizacji.	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – zaliczenie pisemne
Metody numeryczne		1. Arytmetyka komputerowa i błędy obliczeń. 2. Interpolacja 3. Aproksymacja 4. Rozwiązywanie układów równań liniowych 5. Rozwiązywanie równań nieliniowych 6. Różniczkowanie numeryczne 7. Całkowanie numeryczne. 8. Podstawy metod optymalizacyjnych.	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – zaliczenie pisemne
Bezpieczeństwo systemów operacyjnych i sieci komputerowych	K_W11, K_U37	1. Uwierzytelnianie użytkowników w systemach komputerowych. 2. Zabezpieczenia transportu danych. 3. Zabezpieczenia sieci, protokołu IP. 4. Zarządzanie hasłami. 5. Wykrywanie włamań. 6. Oprogramowanie zabezpieczające przed atakami i szkodliwym oprogramowaniem.	laboratorium – zaliczenie pisemne
Analiza i projektowanie systemów informatycznych		1. Analiza wymagań, modelowanie przypadków użycia systemu. 2. Techniki budowy systemów informatycznych. 3. Metody zarządzania projektami. 4. Projektowanie obiektowe. 5. Wykorzystanie wzorców projektowych w budowie systemów informatycznych. 6. Systemy kontroli wersji. 7. Testowanie systemu.	laboratorium – zaliczenie pisemne
Filozofia matematyki	K_W01, K_U36, K_K01, K_K02	1. Swoistość matematyki, nauki o matematyce, filozofia matematyki i metamatematyka 2. Starożytna Filozofia matematyki – Platon, Arystoteles, Eudoksos, Euklides 3. Epistemologia i ontologia Kartezjusza 4. Filozofia matematyki Leibniza i Kanta 5. Poprzednicy współczesnych stanowisk w filozofii matematyki 6. Współczesne kierunki w filozofii matematyki – logycyzm, intuicjonizm, konstruktywizm, formalizm. 7. Twierdzenia Godla 8. Nowe prądy w filozofii matematyki 9. Filozoficzne problemy teorii mnogości 10. Filozofia geometrii M. Hellera.	wykład – zaliczenie pisemne

Przedmiot społeczny	K_W12, K_U38, K_K01, K_K03	1.Podstawy komunikacji interpersonalnej i społecznej. Zasady komunikacji. Komunikacja asertywna. Zakłócenia komunikacyjne. 2.Podstawy budowania zespołów. Relacje i role w zespole. Zarządzanie zespołem. Rola informacji zwrotnej i motywacji. Współpraca w zespole wielokulturowym. 3.Planowanie rozwoju osobistego. Wyznaczanie celów. Analiza zasobów.	wykład – zaliczenie pisemne, konwersatorium – esej, aktywność na zajęciach
---------------------	-------------------------------	--	--

* wypełnia DJiOK

.....
Podpis prodziekana/z-cy dyrektora
podstawowej jednostki organizacyjnej