

Instytut Matematyki
kierunek studiów: MATEMATYKA
dyscyplina: matematyka
profil kształcenia: ogólnoakademicki
poziom kształcenia: II stopnia
numer uchwały Senatu US 97/2022/2023

Zajęcia	Kierunkowe efekty uczenia się	Treści programowe	Sposoby weryfikacji efektów uczenia się
Teoria miary i całki	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U05, K_U07, K_U08, K_U09	1. Sigma-ciała i miary (różne modele). 2. Funkcje mierzalne. 3. Całki względem miar z funkcji rzeczywistych i wektorowych. 4. Obliczanie całek z funkcji jednej i wielu zmiennych. Całki niewłaściwe. 5. Dyfeomorficzna zamiana zmiennych w całkach. 6. Miary i całki na k -wymiarowych hiperpowierzchniach gładkich w R^m .	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Analiza zespolona	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U05, K_U14	Różniczkowalność funkcji zmiennej zespolonej. Homografie. Funkcje elementarne jako przekształcenia konforemne. Całka zespolona i funkcja pierwotna. Twierdzenie Cauchy'ego. Szeregi Taylora. Szeregi Laurenta i punkty osobliwe. Residua. Teoria Weierstrassa przedłużeń analitycznych. Powierzchnie Riemanna.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Topologia	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U08	1. Różne sposoby wprowadzania topologii: zbiory otwarte, domknięte, wnętrze i domknięcie zbioru. Gęstość. Dualność. Bazy i podbazy zbiorów otwartych. Przestrzenie ośrodkowe a II aksjomat przeliczalności. 2. Odwzorowania ciągłe, homeomorfizmy. Określanie topologii przy pomocy rodzin odwzorowań. 3. Aksjomaty oddzielania. Kwestia zbieżności ciągów. 4. Operacje na przestrzeniach topologicznych: przestrzeń ilorazowa, suma prosta, produkt. Własności uniwersalności, zachowanie aksjomatów oddzielania. 5. Przestrzenie zwarte, spójne, łukowo spójne. Związek z operacjami na przestrzeniach.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Matematyka obliczeniowa	K_W08, K_W10, K_W11, K_W12, K_U19, K_U20, K_U21	1. Arytmetyka komputerowa, dokładność obliczeń, zbieżność metody numerycznej. 2. Rozwiązywanie równań nieliniowych (metody bisekcji, Newtona, siecznych). Modyfikacje metody Newtona do rozwiązania układów równań nieliniowych oraz pierwiastków funkcji uwikłanej. Metody iteracyjne i problem punktu stałego. 3. Rozwiązywanie układów równań liniowych (metody Gaussa, LU, najszybszego spadku). 4. Aproksymacja i interpolacja (interpolacja wielomianowa, Hermite'a, trygonometryczna, aproksymacja średniokwadratowa, jednostajna, wymierna). 5. Kwadratury (Newtona-Cotesa, Simpsona, Gaussa, Romberga).	wykład – zaliczenie pisemne, laboratorium – zaliczenie pisemne, aktywność na zajęciach

Teoria Galois	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04	<p>6. Funkcje specjalne (Funkcje Gamma, Beta, Pi, Eulera, Riemanna).</p> <ol style="list-style-type: none"> Pojęcia teorii grup. Grupy rozwiązalne. Problem rozwiązalności grup permutacji. Rozszerzenia ciał, stopień rozszerzenia, rozszerzenia skończone. Rozszerzenia pierścieniowe typu $K[a_1, a_2, \dots, a_n]$. Rozszerzenia skończone generowane ciał. Elementy algebraiczne i przestępne, kryterium. Liczby algebraiczne i przestępne. Wielomian minimalny elementu algebraicznego. Rozszerzenia algebraiczne ciał, związek z rozszerzeniami skończonymi i skończenie generowanymi. Ciała algebraicznie domknięte. Rozszerzenie ciała o pierwiastek wielomianu, ciała rozkładu i algebraiczne domknięcia. Klasyfikacja ciał skończonych. Rozszerzenia rozdzielcze, twierdzenie Abela o elemencie pierwotnym. Rozszerzenia normalne; pozytywne i negatywne przykłady. Rozszerzenia Galois, grupy Galois, zasadnicze twierdzenie teorii Galois. Zastosowanie teorii Galois do rozwiązywania równań przez pierwiastniki. Zastosowanie do problemu wykonalności konstrukcji geometrycznych. 	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Analiza funkcjonalna	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U05, K_U07, K_U08, K_U09, K_U14	<ol style="list-style-type: none"> Przestrzenie liniowe i ich podprzestrzenie Zbiory wypukłe w przestrzeniach liniowych Przestrzenie unormowane jako szczególna klasa przestrzeni metrycznych Przestrzenie Banacha Operatory liniowe na przestrzeniach Banacha. Operatory dwuliniowe. Twierdzenie Hahna-Banacha Twierdzenie Banacha o punkcie stałym Twierdzenia o odwzorowaniu otwartym (bez dowodu), domkniętym wykresie i homeomorfizmie Przestrzeń Hilberta 	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Równania różniczkowe cząstkowe	K_W01, K_W02, K_W03, K_W10, K_U01, K_U04, K_U06, K_U14	<ol style="list-style-type: none"> Równanie różniczkowe cząstkowe, jego rząd i rozwiązanie. Warunki i zagadnienia początkowe, twierdzenia Cauchy’ego – Kowalewskiej (o istnieniu rozwiązań). Istnienie i jednoznaczność rozwiązań. Równania liniowe, półliniowe oraz quasilineowe. Równania Laplace’a, przewodnictwa ciepła, falowe oraz zagadnienia dla tych równań. Równania rzędu pierwszego. Jednorodne i niejednorodne równanie transportu. Układy równań różniczkowych zwyczajnych rzędu pierwszego w postaci ogólnej i w postaci symetrycznej, całki pierwsze. Rozwiązywanie równań różniczkowych cząstkowych liniowych rzędu pierwszego za pomocą całek pierwszych. Klasyfikacja równań półliniowych rzędu II. Zamiana układu współrzędnych w równaniach półliniowych rzędu II. Postać kanoniczna równań eliptycznych, hiperbolicznych oraz parabolicznych. Charakterystyki równań półliniowych rzędu II typu eliptycznego, hiperbolicznego oraz parabolicznego. Przeprowadzenie równania z dwiema zmiennymi do postaci kanonicznej za pomocą charakterystyk. Zagadnienia graniczne i typy warunków brzegowych dla równań półliniowych rzędu II. Zagadnienia poprawnie postawione. 	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach

		4. Wzory d'Alemberta dla jednorodnego i niejednorodnego zagadnienia Cauchy'ego. Metoda Fouriera rozwiązywania równań typu hiperbolicznego. 5. Średnia sferyczna i średnia po kuli, pochodne względem promienia. Lemat Eulera-Poissona-Darboux. Wzór Kirchofa i wzór Poissona.	
Dodatkowe rozdziały analizy	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U05, K_U07, K_U08, K_U09, K_U13	1. Miara i całka na hiperpowierzchni; objętość równoległościanu k-wymiarowego w przestrzeni m-wymiarowej R^m , uogólnienie pojęć całek krzywoliniowej i powierzchniowej (niezorientowanych). 2. Podstawowe zagadnienia dotyczące form różniczkowych: iloczyn zewnętrzny form różniczkowych, postać kanoniczna formy różniczkowej, różniczka zewnętrzna formy różniczkowej. 3. Orientacja hiperpowierzchni. Hiperpowierzchnie orientowane i nieorientowane. 4. Całka formy różniczkowej na hiperpowierzchni zorientowanej. Rotacja i dywergencja pola wektorowego. Twierdzenie Stokesa i przypadki uogólnionego wzoru Stokesa, wzoru Gaussa-Ostrogradskiego, wzoru Greena-Riemanna. 5. Całka 1-formy po drodze; niezależność całki od drogi całkowania, przypadek formy zamkniętej, cykle homotopijne.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Seminarium magisterskie	K_W04, K_W05, K_W06, K_W07, K_U02, K_U03, K_U13, K_U15, K_U17, K_K01, K_K02, K_K03, K_K04, K_K05, K_K06	Tematyka seminarium związana jest z wybranymi tematami prac magisterskich.	referat związany z tematyką pracy dyplomowej, napisanie pracy dyplomowej
Funkcje rzeczywiste	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_U01, K_U04, K_U07, K_U08	Przypomnienie wiadomości o funkcjach, zbiorach i relacjach. Funkcje monotoniczne i funkcje o wahaniu skończonym. Ciągłość i bezwzględna ciągłość funkcji. Związek i przykłady. Różniczkowalność funkcji monotonicznych. Podstawowe własności pochodnych. Przykłady nieciągłych pochodnych. Przestrzeń L^p oraz ich własności. Klasyfikacja Baire'a. Charakteryzacje funkcji pierwszej klasy Baire'a. Uogólnione ciągłości. Funkcje o domkniętym wykresie i funkcje z klasy Baire-one-star. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągów funkcyjnych.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Wstęp do deskryptywnej teorii mnogości		Przestrzenie polskie. Zwarte przestrzenie metryzowalne: kostka Hilberta, przestrzeń Cantora i przestrzeń Baire'a. Funkcje borelowskie i funkcje Baire'a. Grupy polskie. Hiperprzestrzeń zbiorów zwartych. Hierarchia zbiorów borelowskich. Zbiory analityczne i koanalityczne i ich własności.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
Wykład monograficzny I	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04,	Treści programowe realizowane podczas zajęć obejmują wybrane zagadnienia z matematyki wyższej. Wyboru tematyki dokonują studenci.	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne
Wykład monograficzny II	K_W05, K_W06, K_W07, K_U01, K_U04		wykład – zaliczenie pisemne lub ustne
Metody optymalizacji	K_W08, K_W10, K_W11, K_W12, K_U19, K_U20, K_U21	1. Programowanie liniowe: Sformułowanie zagadnienia programowania liniowego, Własności zadania programowania liniowego, Postać kanoniczna, kryterium optymalności, kryteria wejścia i wyjścia z bazy. Tablice sympleks. 2. Metody analityczne znajdowania ekstremów globalnych funkcji jednej i wielu zmiennych. Wypukłość funkcji. Wypukłe problemy optymalizacji.	wykład - zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach

		3. Metody numeryczne optymalizacji funkcji jednej zmiennej: Złotego podziału. metoda interpolacji kwadratowej, siecznych (zastosowana po dochodnej), Newtona 4. Metody numeryczne optymalizacji funkcji wielu zmiennych: Poszukiwanie wzdłuż kierunku. Kierunek poprawy. Metoda największego spadku. Metoda Newtona –Rapsona. Kierunki sprzężone. Metoda Gaussa-Seidela. Metoda Gradientów sprzężonych. Sposoby uwzględniania ograniczeń.	
Teoria informacji	K_W04, K_W07, K_W09, K_U16	1. Kodowanie i dekodowanie 2. Twierdzenie Kafta i McMillana 3. Kody Huffmana 4. Kompresja kodów i entropia 5. Komunikacja przez niepewne łącza 6. Kody liniowe 7. Kody Hamminga	wykład - zaliczenie pisemne, konwersatorium – kolokwium pisemne
Teoria gier		1. Gry niekooperacyjne. 2. Punkty równowagi Nasha. 3. Zastosowanie w ekonomii. Model Cournota. 4. Zastosowanie w biologii ewolucyjnej. Model Maynarda-Smitha. 5. Strategie ewolucyjnie stabilne. 6. Gry kooperacyjne. Rdzeń gry. 7. Wartość Shapleya 8 Gry proste. Zastosowanie w politologii. 9. Indeksy władzy.	wykład - zaliczenie pisemne, konwersatorium – kolokwium pisemne
Matematyka w ekonomii	K_W04, K_W07, K_U02, K_U04, K_U05, K_U10	1. Grafy i grafy obciążone. Problem najkrótszej drogi. 2. Drzewa. Problem minimalnych połączeń. Grafy skierowane i ich związek z relacjami. 3. Sieci i ich zastosowanie w planowaniu serii operacji. Zbiory rozmyte. 4. Prognozowanie zjawisk ekonomicznych. Schemat punktowego prognozowania. 5. Prognozowanie wektorów i problem zgodności prognoz. 6. Wektorowe modele popytu. 7. Prognozowanie wektora popytu na podstawie wskaźników elastyczności. 8. Metoda najmniejszych kwadratów i jej zastosowania. 9. Modele produkcji. Statyczny model przepływów międzygałęziowych. 10. Programowanie liniowe i nieliniowe. 11. Optymalny plan produkcji. 12. Ekonomiczne zastosowania całki.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium
Współczesna teoria liczb		1. Funkcja zeta Riemanna: własności funkcji zeta Riemanna i ich konsekwencje dla problemów teorii-liczbowych, m.in. dla twierdzenia o liczbach pierwszych; równanie funkcyjne; dowód przedłużenia meromorficznego na płaszczyznę zespoloną. 2. L-funkcja Dirichleta: charakter Dirichleta; własności oraz ich konsekwencje dla problemów teorii-liczbowych, m.in. dla twierdzenia o liczbach pierwszych w postępach arytmetycznych; związek z L-funkcją Dedekinda w przypadku ciał cyklotomicznych. 3. Krzywe eliptyczne: podstawowe własności; problem liczb kongruentnych; L-funkcja Hasse-Weila krzywej eliptycznej. 4. Formy modularne: podstawowe własności; L-funkcja formy modularnej; twierdzenie o modularności; wielkie twierdzenie Fermata.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium
Metody probabilistyczne i statystyczne w ekonomii	K_W04, K_W07, K_W09, K_U11, K_U16, K_U18	1. Badania statystyczne w ekonomii (rodzaje badań, próba losowa a populacja, schematy losowań). Analiza struktury danych – studium przypadku. 2. Dyskretne i ciągle rozkłady zmiennych losowych wielowymiarowych. 3. Estymacja przedziałowa. Budowa przedziałów ufności – studium przypadku.	wykład - egzamin pisemny, konwersatorium – zadania domowe, projekt

		<p>4. Weryfikacja hipotez. Studium przypadku.</p> <p>5. Regresja liniowa i korelacja. Metody szacowania parametrów regresji. Weryfikacja hipotez związanych z regresją. Wykorzystanie modelu regresji do przewidywania.</p> <p>6. Szeregi czasowe w badaniach ekonomicznych. Analiza trendu. Sezonowość i cykliczność. Średnie ruchome i wygładzanie wykładnicze. Prognozowanie wartości analizowanej zmiennej losowej.</p>	
Matematyczna teoria portfela papierów wartościowych		<p>1. Statyczne metody wyznaczania portfela. Ceny stopy zwrotu portfela. Teoria użyteczności i wybór portfela.</p> <p>2. Modele równowagi rynku kapitałowego. Jedno- i dwukresowe modele równowagi. Model wyceny aktywów kapitałowych (CAPM). Teoria arbitrażu cenowego (APT). Opcje oraz ich wycena. Wycena kontraktów futures</p>	wykład - egzamin pisemny, konwersatorium – zadania domowe, projekt
Wielowymiarowa analiza statystyczna	K_W04, K_W07, K_W08, K_W09, K_U11, K_U12, K_U16	<p>1. Obliczanie charakterystyk funkcyjnych i liczbowych rozkładów wielowymiarowych zmiennych losowych.</p> <p>2. Estymacja wektora wartości oczekiwanych i macierzy kowariancji.</p> <p>3. Testy statystyczne dla wektorów wartości oczekiwanej.</p> <p>4. Wielowymiarowa analiza wariancji</p> <p>5. Testy dla macierzy kowariancji</p> <p>6. Zastosowanie analizy składowych głównych.</p> <p>7. Zastosowanie analizy czynnikowej.</p> <p>8. Zastosowanie analizy korespondencji.</p>	laboratorium – zaliczenie pisemne
Analizy statystyczne z językiem R		<p>Wymagania wstępne oraz uruchamianie kodu w języku R</p> <p>Podstawy kodowanie w języku R</p> <p>Przekształcanie danych w języku R</p> <p>Wizualizacja danych w języku R</p> <p>Eksploracja danych w języku R</p> <p>Projektowanie / modelowanie statystyczne w języku R</p>	laboratorium – zaliczenie pisemne
Algebry Banacha i C^* -algebry	K_W04, K_W07, K_U04, K_U05, K_U08, K_U09, K_U14	<p>1. Przypomnienie podstawowych zagadnień analizy funkcjonalnej.</p> <p>2. Algebry Banacha: przykłady i podstawowe pojęcia. Twierdzenie Mazura-Gelfanda.</p> <p>3. Przemienne algebry Banacha. Ideały maksymalne. Przestrzeń strukturalna. Transformata Gelfanda.</p> <p>4. Operatory na przestrzeni Hilberta: sprzężony, hermitowski, normalny, unitarny.</p> <p>5. C^*-algebry. Twierdzenie Gelfanda-Naimarka.</p> <p>6. Twierdzenie spektralne i miary spektralne.</p>	wykład - zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – kolokwium pisemne
Teoria operatorów na przestrzeniach Banacha		<p>1. Przypomnienie podstawowych zagadnień analizy funkcjonalnej.</p> <p>2. Operatory na przestrzeni Hilberta: sprzężony, hermitowski, normalny, unitarny.</p> <p>3. Elementy teorii spektralnej na przestrzeni Banacha: widmo, rezolwenta, promień spektralny, podstawowe twierdzenia, wzór Gelfanda-Beurlinga.</p> <p>4. Operatory zwarte. Twierdzenie Schaudera. Widmo operatora zwanego.</p> <p>5. Operatory całkowite. Alternatywa Fredholma.</p> <p>6. Twierdzenie spektralne dla zwanego operatora normalnego. Rachunek funkcyjny. Twierdzenie spektralne dla operatora samosprzężonego.</p>	wykład - zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – kolokwium pisemne

Historia matematyki	K_W01, K_U02, K_K02, K_K05	Początki matematyki (pierwsze liczebniki i pomiary). Matematyka w Mezopotamii. Matematyka egipska. Matematyka chińska. Matematyka hinduska. Matematyka w starożytnej Grecji. Matematyka arabska (Al.-Chwarizmi i początek algebry). Dziesiętny system pozycyjny i algorytmy wykonywania działań w tym systemie. Matematyka w Europie średniowiecza i renesansu. Rozwój symboliki matematycznej. Algorytmy rozwiązywania równań trzeciego i czwartego stopnia. Rozwój geometrii analitycznej. Początki rachunku różniczkowego i całkowego (I. Newton i G.W. Leibnitz). Rozwój rachunku prawdopodobieństwa. Rozwój podstawowych pojęć analizy matematycznej. Liczby zespolone i ich historia. Geometrie nieeuklidesowe. Początki nowoczesnej algebry. Rozwój pojęcia funkcji. Konstrukcje liczb rzeczywistych (przekroje R. Dedekinda, uzupełnienie zbioru liczb wymiernych). Zarys historii logiki. Rozwój teorii mnogości. Rozwój topologii. Polska szkoła matematyczna. Banach i powstanie analizy funkcjonalnej.	wykład – egzamin pisemny lub ustny
Komunikacja interpersonalna i umiejętności społeczne	K_W13, K_U15, K_K01, K_K03	1. Komunikacja interpersonalna i społeczna. Komunikacja werbalna i niewerbalna. Warstwy komunikatu. Zarządzanie konfliktem. 2. Lider zespołu. Cechy lidera. Delegowanie zadań i odpowiedzialności. Rozwijanie efektywności osobistej i efektywności zespołu..	wykład – zaliczenie pisemne konwersatorium – aktywność na zajęciach, esej

* wypełnia DJiOK

.....
Podpis prodziekana/z-cy dyrektora
podstawowej jednostki organizacyjnej