

Wydział/Instytut: *Instytut Matematyki*

kierunek studiów: *Matematyka*

dyscyplina wiodąca: *matematyka*

profil kształcenia: *ogólnoakademicki*

poziom kształcenia: *studia drugiego stopnia*

numer uchwały Senatu* 79/2024/2025 z dn. 24.06.2025r.

obowiązuje od roku akademickiego 2025/2026

Lp.	Zajęcia	Kierunkowe efekty uczenia się	Treści programowe	Sposoby weryfikacji efektów uczenia się
1.	Teoria miary i całki	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U05, K_U07, K_U08, K_U09	1. Sigma-ciała i miary (różne modele). 2. Funkcje mierzalne. 3. Całki względem miar z funkcji rzeczywistych i wektorowych. 4. Obliczanie całek z funkcji jednej i wielu zmiennych. Całki niewłaściwe. 5. Dyfeomorficzna zamiana zmiennych w całkach. 6. Miary i całki na k -wymiarowych hiperpowierzchniach gładkich w $\mathbb{R}^m$.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
2.	Analiza zespolona	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U05, K_U14	Różniczkowalność funkcji zmiennej zespolonej. Homografie. Funkcje elementarne jako przekształcenia konforemne. Całka zespolona i funkcja pierwotna. Twierdzenie Cauchy'ego. Szeregi Taylora. Szeregi Laurenta i punkty osobliwe. Residua. Teoria Weierstrassa przedłużeń analitycznych. Powierzchnie Riemanna.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
3.	Topologia	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U08	1. Różne sposoby wprowadzania topologii: zbiory otwarte, domknięte, wnętrze i domknięcie zbioru. Gęstość. Bazy i podbazy zbiorów otwartych. Przestrzenie ośrodkowe. I oraz II aksjomaty przeliczalności. 2. Odwzorowania ciągle, homeomorfizmy. 3. Aksjomaty oddzielania. Przestrzeni Tichonowa. 4. Operacje na przestrzeniach topologicznych: przestrzeń ilorazowa, suma prosta, produkt. Własności uniwersalności, zachowanie aksjomatów oddzielania. 5. Przestrzenie zwarte, spójne, łukowo spójne. Związek z operacjami na przestrzeniach. 6. Grupa podstawowa przestrzeni topologicznej.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
4.	Matematyka obliczeniowa	K_W08, K_W10, K_W11, K_W12, K_U19, K_U20, K_U21	1. Arytmetyka komputerowa, dokładność obliczeń, zbieżność metody numerycznej. 2. Rozwiązywanie równań nieliniowych (metody bisekcji, Newtona, siecznych). Modyfikacje metody Newtona do rozwiązania układów równań nieliniowych oraz pierwiastków funkcji uwikłanej. Metody iteracyjne i problem punktu stałego. 3. Rozwiązywanie układów równań liniowych (metody Gausa, LU,	wykład – zaliczenie pisemne, laboratorium – zaliczenie pisemne, aktywność na zajęciach

			najszybszego spadku). 4. Aproksymacja i interpolacja (interpolacja wielomianowa, Hermite'a, trygonometryczna, aproksymacja średniokwadratowa, jednostajna, wymierna). 5. Kwadratury (Newtona-Cotesa, Simpsona, Gaussa, Romberga). 6. Funkcje specjalne (Funkcje Gamma, Beta, Pi, Eulera, Riemanna).	
5.	Teoria Galois	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04	1. Pojęcia teorii grup. Grupy rozwiązalne. Problem rozwiązalności grup permutacji. 2. Rozszerzenia ciał, stopień rozszerzenia, rozszerzenia skończone. 3. Rozszerzenia pierścieniowe typu $K[a_1, a_2, \dots, a_n]$. Rozszerzenia skończenie generowane ciał. 4. Elementy algebraiczne i przestępne, kryterium. Liczby algebraiczne i przestępne. Wielomian minimalny elementu algebraicznego. 5. Rozszerzenia algebraiczne ciał, związek z rozszerzeniami skończonymi i skończenie generowanymi. Ciała algebraicznie domknięte. Rozszerzenie ciała o pierwiastek wielomianu, ciała rozkładu i algebraicznie domknięcia. Klasyfikacja ciał skończonych. 6. Rozszerzenia rozdzielcze, twierdzenie Abela o elemencie pierwotnym. 7. Rozszerzenia normalne; pozytywne i negatywne przykłady. 8. Rozszerzenia Galois, grupy Galois, zasadnicze twierdzenie teorii Galois. 9. Zastosowanie teorii Galois do rozwiązywania równań przez pierwiastniki. Zastosowanie do problemu wykonalności konstrukcji geometrycznych.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
6.	Analiza funkcjonalna	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U05, K_U07, K_U08, K_U09, K_U14	1. Przestrzenie liniowe i ich podprzestrzenie 2. Przestrzenie unormowane jako szczególna klasa przestrzeni metrycznych 3. Przestrzenie Banacha. 4. Szeregi w przestrzeniach unormowanych. 5. Przestrzenie unormowane o skończonym wymiarze. 6. Zbiory wypukłe, pochłaniające i zbalansowane w przestrzeniach liniowych. 7. Przestrzenie lokalnie wypukłe. 8. Operatory na przestrzeniach Banacha. 9. Fundamentalne twierdzenia analizy funkcjonalnej (twierdzenie Banacha-Steinhaus, twierdzenia o odwzorowaniu otwartym, o ciągłej bijekcji, o domkniętym wykreśle, twierdzenie Hahna-Banacha). 10. Przestrzenie Hilberta. 11. Ortogonalność. 12. Twierdzenia Riesz o reprezentacji funkcjonałów. 13. Słaba zbieżność.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
7.	Metody optymalizacji	K_W08, K_W10, K_W11, K_W12, K_U19, K_U20, K_U21	1. Programowanie liniowe: Sformułowanie zagadnienia programowania liniowego, Własności zadania programowania liniowego, Postać kanoniczna, kryterium optymalności, kryteria wejścia i wyjścia z bazy. Tablice sympleks.	wykład - zaliczenie pisemne lub ustne, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach

			2. Metody analityczne znajdowania ekstremów globalnych funkcji jednej i wielu zmiennych. Wypukłość funkcji. Wypukłe problemy optymalizacji. 3. Metody numeryczne optymalizacji funkcji jednej zmiennej: Złotego podziału. metoda interpolacji kwadratowej, siecznych (zastosowana po dochodnej), Newtona 4. Metody numeryczne optymalizacji funkcji wielu zmiennych: Poszukiwanie wzdłuż kierunku. Kierunek poprawy. Metoda największego spadku. Metoda Newtona –Rapsona. Kierunki sprzężone. Metoda Gaussa-Seidela. Metoda Gradientów sprzężonych. Sposoby uwzględniania ograniczeń.	
8.	Równania różniczkowe cząstkowe	K_W01, K_W02, K_W03, K_W10, K_U01, K_U04, K_U06, K_U14	1. Równanie różniczkowe cząstkowe, jego rząd i rozwiązanie. Warunki i zagadnienia początkowe, twierdzenia Cauchy’ego – Kowalewskiej (o istnieniu rozwiązań). Istnienie i jedyność rozwiązań. Równania liniowe, półliniowe oraz quasilineowe. Równania Laplace’a, przewodnictwa ciepła, falowe oraz zagadnienia dla tych równań. 2. Równania rzędu pierwszego. Jednorodne i niejednorodne równanie transportu. Układy równań różniczkowych zwyczajnych rzędu pierwszego w postaci ogólnej i w postaci symetrycznej, całki pierwsze. Rozwiązywanie równań różniczkowych cząstkowych liniowych rzędu pierwszego za pomocą całek pierwszych. 3. Klasyfikacja równań półliniowych rzędu II. Zamiana układu współrzędnych w równaniach półliniowych rzędu II. Postać kanoniczna równań eliptycznych, hiperbolicznych oraz parabolicznych. Charakterystyki równań półliniowych rzędu II typu eliptycznego, hiperbolicznego oraz parabolicznego. Przeprowadzenie równania z dwiema zmiennymi do postaci kanonicznej za pomocą charakterystyk. Zagadnienia graniczne i typy warunków brzegowych dla równań półliniowych rzędu II. Zagadnienia poprawnie postawione. 4. Wzory d'Alemberta dla jednorodnego i niejednorodnego zagadnienia Cauchy'ego. Metoda Fouriera rozwiązywania równań typu hiperbolicznego. 5. Średnia sferyczna i średnia po kuli, pochodne względem promienia. Lemat Eulera-Poissona-Darboux. Wzór Kirchofa i wzór Poissona.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
9.	Dodatkowe rozdziały analizy	K_W01, K_W02, K_W03, K_U01, K_U04, K_U05, K_U07, K_U08, K_U09, K_U13	1. Miara i całka na hiperpowierzchni; objętość równoległościanu k-wymiarowego w przestrzeni m-wymiarowej R^m, uogólnienie pojęć całek krzywoliniowej i powierzchniowej (niezorientowanych). 2. Podstawowe zagadnienia dotyczące form różniczkowych: iloczyn zewnętrzny form różniczkowych, postać kanoniczna formy różniczkowej, różniczka zewnętrzna formy różniczkowej. 3. Orientacja hiperpowierzchni. Hiperpowierzchnie orientowane i nieorientowalne. 4. Całka formy różniczkowej na hiperpowierzchni zorientowanej. Rotacja i dywergencja pola wektorowego. Twierdzenie Stokesa i przypadki	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach

			uogólnionego wzoru Stokesa, wzoru Gaussa-Ostrogradskiego, wzoru Greena-Riemanna. 5. Całka 1-formy po drodze; niezależność całki od drogi całkowania, przypadek formy zamkniętej, cykle homotopijne.	
10.	Matematyczne podstawy uczenia maszynowego	K_W04, K_W07, K_W09, K_W11, K_U11, K_U12, K_U13, K_U16	1. Przygotowanie danych do budowy modelu UM. 2. Regresja liniowa (estymacja parametrów, Bayesowska regresja liniowa, Estymacja metodą maksymalnej wiarygodności jako rzut ortogonalny) 3. Redukcja wymiarowości za pomocą analizy głównych składowych 4. Szacowanie gęstości za pomocą modeli mieszanin rozkładów Gaussa 5. Klasyfikacja za pomocą maszyny wektorów nośnych 6. Ocena modelu UM 7. Wybór modelu UM	wykład - egzamin pisemny lub ustny, laboratorium – projekt, aktywność na zajęciach
11.	Proseminarium	K_U02, K_U15, K_U17, K_K01, K_K02, K_K04, K_K05	1. Zasady dyplomowania, wyboru tematu oraz promotora. 2. Poszukiwanie literatury, praca ze źródłami. 3. Redagowanie pracy magisterskiej. 4. Etyka w pisaniu pracy, sposób cytowania i sporządzania bibliografii. 5. Wprowadzenie do pisania pracy i przygotowania prezentacji w systemie LaTeX. 6. Referat jako forma autoprezentacji.	ćwiczenia – referat, aktywny udział w spotkaniach
12.	Seminarium	K_W04, K_W05, K_W06, K_W07, K_U02, K_U03, K_U13, K_U15, K_U17, K_K01, K_K02, K_K03, K_K04, K_K05, K_K06	Tematyka seminarium związana jest z wybranymi tematami prac magisterskich.	referat związany z tematyką pracy dyplomowej, napisanie pracy dyplomowej
13.	Język obcy	K_U22	Treści na poziomie biegłości językowej B2+. 1. Praktyczna znajomość gramatyki języka obcego. 2. Doskonalenie sprawności rozumienia tekstu ze słuchu. 3. Analiza tekstu pisanego, rozwijanie umiejętności rozumienia różnorodnych tekstów zawodowych. 4. Rozbudowywanie i pogłębianie wiedzy leksykalnej.	ćwiczenia – prace domowe (wypowiedzi ustne i pisemne), prezentacja, kolokwium, aktywność na zajęciach, egzamin pisemny lub ustny,
14.	Język obcy specjalistyczny	K_U22	1. Słownictwo specjalistyczne z użyciem tekstów właściwych dla studiowanego kierunku. 2. Przegląd struktur gramatycznych charakterystycznych dla tekstów naukowych. 3. Czytanie i rozumienie tekstów naukowych, wykładów, prezentacji w języku obcym. 4. Przygotowanie do samodzielnego pisania tekstu o charakterze naukowym.	ćwiczenia – aktywność na zajęciach, prace pisemne, zadania ustne, prezentacja dot. kierunku studiów
15.	Funkcje rzeczywiste	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04,	Przypomnienie wiadomości o funkcjach, zbiorach i relacjach. Funkcje monotoniczne i funkcje o wahanu skończonym. Ciągłość i bezwzględna	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium,

		K_U01, K_U04, K_U07, K_U08	ciągłość funkcji. Związki i przykłady. Różniczkowalność funkcji monotonicznych. Podstawowe własności pochodnych. Przykłady nieciągłych pochodnych. Przestrzenie L^p oraz ich własności. Klasyfikacja Baire'a. Charakterystyka funkcji pierwszej klasy Baire'a. Uogólnione ciągłości. Funkcje o domkniętym wykresie i funkcje z klasy Baire-one-star. Zbieżność punktowa i jednostajna ciągów funkcyjnych.	aktywność na zajęciach
16.	Wstęp do deskryptywnej teorii mnogości		Przestrzenie polskie. Zwarte przestrzenie metryzowalne: kostka Hilberta, przestrzeń Cantora i przestrzeń Baire'a. Funkcje borelowskie i funkcje Baire'a. Grupy polskie. Hiperprzestrzeń zbiorów zwartych. Hierarchia zbiorów borelowskich. Zbiory analityczne i koanalityczne i ich własności.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium, aktywność na zajęciach
17.	Wykład monograficzny I	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_W07, K_U01, K_U04	Treści programowe realizowane podczas zajęć obejmują wybrane zagadnienia z matematyki wyższej. Wyboru tematyki dokonują studenci.	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne
18.	Wykład monograficzny II			wykład – zaliczenie pisemne lub ustne
19.	Wykład monograficzny III	K_W01, K_W02, K_W03, K_W04, K_W05, K_W06, K_W07, K_U01, K_U04	Treści programowe realizowane podczas zajęć obejmują wybrane zagadnienia z matematyki wyższej. Wyboru tematyki dokonują studenci.	wykład – zaliczenie pisemne lub ustne
20.	Wykład monograficzny IV			wykład – zaliczenie pisemne lub ustne
21.	Teoria informacji	K_W04, K_W07, K_W09, K_U16	1. Kodowanie i dekodowanie 2. Twierdzenie Kafta i McMillana 3. Kody Huffmana 4. Kompresja kodów i entropia 5. Komunikacja przez niepewne łącza 6. Kody liniowe 7. Kody Hamminga	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium pisemne
22.	Teoria gier		1. Gry niekooperacyjne. 2. Punkty równowagi Nasha. 3. Zastosowanie w ekonomii. Model Cournot. 4. Zastosowanie w biologii ewolucyjnej. Model Maynarda-Smitha. 5. Strategie ewolucyjnie stabilne. 6. Gry kooperacyjne. Rdzeń gry. 7. Wartość Shapleya 8 Gry proste. Zastosowanie w politologii. 9. Indeksy władzy.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium pisemne
23.	Matematyka w ekonomii	K_W04, K_W07, K_U02, K_U04, K_U05, K_U10	1. Grafy i grafy obciążone. Problem najkrótszej drogi. 2. Drzewa. Problem minimalnych połączeń. Grafy skierowane i ich związki z relacjami. 3. Sieci i ich zastosowanie w planowaniu serii operacji. Zbiory rozmyte. 4. Prognozowanie zjawisk ekonomicznych. Schemat punktowego prognozowania. 5. Prognozowanie wektorów i problem zgodności prognoz. 6. Wektorowe modele popytu. 7. Prognozowanie wektora popytu na podstawie wskaźników elastyczności. 8. Metoda najmniejszych kwadratów i jej zastosowania. 9. Modele produkcji. Statyczny model przepływów międzygałęziowych. 10. Programowanie liniowe i nieliniowe. 11. Optymalny plan produkcji. 12. Ekonomiczne zastosowania całki.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium
24.	Współczesna teoria liczb		1. Liczby pierwsze.	wykład - egzamin pisemny lub ustny,

			2. Funkcje arytmetyczne i ich transformaty. 3. Funkcja zeta Riemanna i transformata Mellina. 4. Charakter Dirichleta i L-funkcje Dirichleta. 5. Twierdzenie Dirichleta o liczbach pierwszych. 6. Równania funkcyjne funkcji zeta i L-funkcji. 7. Hipoteza Riemanna.	konwersatorium – kolokwium
25.	Metody probabilistyczne i statystyczne w ekonomii	K_W04, K_W07, K_W09, K_U11, K_U16, K_U18	1. Badania statystyczne w ekonomii (rodzaje badań, próba losowa a populacja, schematy losowań). Analiza struktury danych – studium przypadku. 2. Dyskretne i ciągle rozkłady zmiennych losowych wielowymiarowych. 3. Estymacja przedziałowa. Budowa przedziałów ufności – studium przypadku. 4. Weryfikacja hipotez. Studium przypadku. 5. Regresja liniowa i korelacja. Metody szacowania parametrów regresji. Weryfikacja hipotez związanych z regresją. Wykorzystanie modelu regresji do przewidywania. 6. Szeregi czasowe w badaniach ekonomicznych. Analiza trendu. Sezonowość i cykliczność. Średnie ruchome i wygładzanie wykładnicze. Prognozowanie wartości analizowanej zmiennej losowej.	wykład - egzamin pisemny, konwersatorium – zadania domowe, projekt
26.	Matematyczna teoria portfela papierów wartościowych		1. Statyczne metody wyznaczania portfela. Ceny stopy zwrotu portfela. Teoria użyteczności i wybór portfela. 2. Modele równowagi rynku kapitałowego. Jedno- i dwuokresowe modele równowagi. Model wyceny aktywów kapitałowych (CAPM). Teoria arbitrażu cenowego (APT). Opcje oraz ich wycena. Wycena kontraktów futures	wykład - egzamin pisemny, konwersatorium – zadania domowe, projekt
27.	Wielowymiarowa analiza statystyczna	K_W04, K_W07, K_W08, K_W09, K_U11, K_U12, K_U16	1. Analiza skupień. 2. Analiza czynnikowa. 3. Analiza korelacji kanonicznej. 4. Analiza rzetelności i pozycji. 5. Drzewa klasyfikacyjne. 6. Analiza korespondencji i skalowanie wielowymiarowe. 7. Analiza dyskryminacyjna.	laboratorium – zaliczenie pisemne
28.	Analizy statystyczne z językiem R		1. Wymagania wstępne oraz uruchamianie kodu w języku R 2. Podstawy kodowanie w języku R 3. Przekształcanie danych w języku R 4. Wizualizacja danych w języku R 5. Eksploracja danych w języku R 6. Analiza czynnikowa w języku R 7. Analiza korelacji kanonicznej w języku R	laboratorium – zaliczenie pisemne
29.	Algebry Banacha i C^* -algebry	K_W04, K_W07, K_U04, K_U05, K_U08, K_U09, K_U14	1. Przypomnienie podstawowych zagadnień analizy funkcjonalnej. 2. Algebry Banacha: przykłady i podstawowe pojęcia. 3. Elementy teorii spektralnej algebr Banacha. Twierdzenie Mazura-Gelfanda. Wzór Beurlinga-Gelfanda.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium pisemne

			4. Przemienne algebry Banacha. Ideały maksymalne. Przestrzeń strukturalna. Transformata Gelfanda. 5. Operatory na przestrzeni Hilberta: sprzężony, hermitowski, normalny, unitarny. 6. C*-algebry. Lemat Arensa. Twierdzenie Gelfanda-Naimarka. 7. Rachunek funkcyjny w C*-algebrach. 8. Miary spektralne i twierdzenie spektralne.	
30.	Teoria operatorów na przestrzeniach Banacha		1. Przypomnienie podstawowych zagadnień analizy funkcjonalnej. 2. Operatory na przestrzeniach Hilberta: sprzężony, hermitowski, normalny, unitarny. 3. Elementy teorii spektralnej na przestrzeni Banacha: widmo, rezolwenta, promień spektralny, wzór Gelfanda-Beurlinga. 4. Zbieżność operatorów. 5. Operatory zwarte. Twierdzenie Schaudera. Widmo operatora zwartego. 6. Operatory całkowite. Alternatywa Fredholma. Operatory Hilberta-Schmidta. 7. Operatory rzutowania. 8. Twierdzenie spektralne dla zwartego operatora normalnego. Rachunek funkcyjny. Twierdzenie spektralne dla operatora samosprężonego.	wykład - egzamin pisemny lub ustny, konwersatorium – kolokwium pisemne
31.	Historia matematyki	K_W01, K_U02, K_U17, K_K02, K_K05	Początki matematyki (pierwsze liczebniki i pomiary). Matematyka w Mezopotamii. Matematyka egipska. Matematyka chińska. Matematyka hinduska. Matematyka w starożytnej Grecji. Matematyka arabska (Al-Chwarizmi i początek algebry). Dziesiętny system pozycyjny i algorytmy wykonywania działań w tym systemie. Matematyka w Europie średniowiecza i renesansu. Rozwój symboliki matematycznej. Algorytmy rozwiązywania równań trzeciego i czwartego stopnia. Rozwój geometrii analitycznej. Początki rachunku różniczkowego i całkowego (I. Newton i G.W. Leibnitz). Rozwój rachunku prawdopodobieństwa. Rozwój podstawowych pojęć analizy matematycznej. Liczby zespolone i ich historia. Geometrie nieeuklidesowe. Początki nowoczesnej algebry. Rozwój pojęcia funkcji. Konstrukcje liczb rzeczywistych (przekroje R. Dedekinda, uzupełnienie zbioru liczb wymiernych). Zarys historii logiki. Rozwój teorii mnogości. Rozwój topologii. Polska szkoła matematyczna. Banach i powstanie analizy funkcjonalnej.	wykład – egzamin pisemny lub ustny
32.	Komunikacja interpersonalna i umiejętności społeczne	K_W13, K_U15, K_K01, K_K03	1. Komunikacja interpersonalna i społeczna. Komunikacja werbalna i niewerbalna. Warstwy komunikatu. Zarządzanie konfliktem. 2. Lider zespołu. Cechy lidera. Delegowanie zadań i odpowiedzialności. Rozwijanie efektywności osobistej i efektywności zespołu..	wykład – zaliczenie pisemne konwersatorium – aktywność na zajęciach, esej

* wypełnia DJiOK

.....
data i podpis
Zastępca ds. Kształcenia

.....
data i podpis
Dyrektora Kolegium